ÉTUDE DES CONDUCTEURS

I. CONDUCTEUR EN ÉQUILIBRE ÉLECTROSTATIQUE

I.1. DÉFINITIONS

- Un conducteur est un corps à l'intérieur duquel certaines charges appelées « charges libres » peuvent se déplacer sur de grandes distances (macroscopiques).

- On dit qu'un conducteur est en équilibre électrostatique si toutes les charges dans le conducteur sont « immobiles ».

I.2. PROPRIETÉS DES CONDUCTEURS EN ÉQUILIBRE ÉLECTROSTATIQUE

1. *Le champ est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique*.
   En effet, puisque le charges libres sont immobiles (équilibre) donc la force qui leur est appliquée est nulle $\vec{F}_{\text{int}} = q.\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}}$.
   A la surface du conducteur le champ électrique (et la force) est perpendiculaire à la surface.

2. *Le potentiel est constant sur tout le volume du conducteur*.
   Puisque $\vec{E}_{\text{int}} = -\overrightarrow{grad}(V) \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = \text{Constante}}$
   On dit que le conducteur forme un volume équipotentiel

3. *La charge à l'intérieur conducteur est nulle. Quand un conducteur est chargé, l'excès de charge se trouve sur la surface du conducteur*.
   En appliquant le théorème de GAUSS sur un volume à l'intérieur du conducteur (Figure 1.).
   $$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E}_{\text{int}} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sum q_{\text{int}} = 0}$$
   (Le champ à l'intérieur du conducteur est nul)

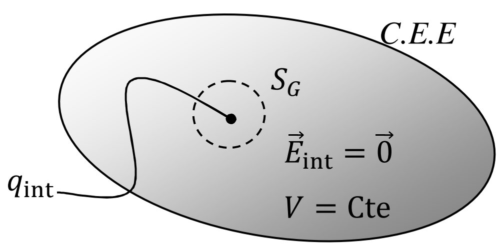


Figure 1.

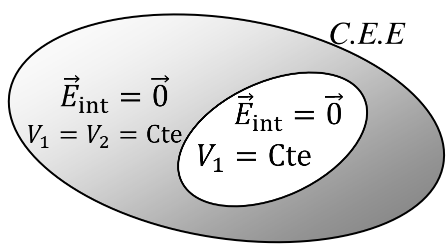


Figure 2.

De la même manière, on démontre que les propriétés précédentes sont valables pour une cavité à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique (Figure 2.).

I.3. CHAMP ÉLECTRIQUE AU VOISINAGE DE LA SURFACE D'UN C.E.E

Pour calculer le champ électrique au voisinage de la surface d'un conducteur, nous utilisons le théorème de GAUSS. Puisque la charge est localisée en surface, nous choisirons une surface de GAUSS de forme cylindrique centrée sur la surface du conducteur (Figure 3.)

$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

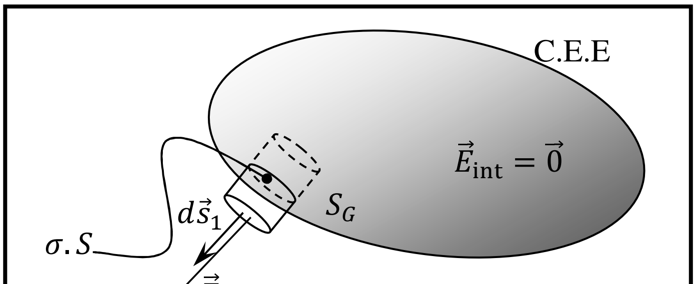


Figure 3.

Le flux à travers la surface latérale est nul car le champ est perpendiculaire à la surface du conducteur donc $\vec{E} \perp d\vec{s}_3 \Rightarrow \vec{E} \bullet d\vec{s}_3 = 0$

Le flux à travers la surface S_2 à l'intérieur du conducteur est aussi nul car le champ est nul à l'intérieur du conducteur est nul.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E.S_1 = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0}$$

On a considéré que la surface S_1 est assez petite pour que le champ reste sonstant sur toute la surface, en plus, la surface du conducteur à l'intérieur de la surface de GAUSS est considérée comme plane. Donc $S = S_1$. D'où *le champ au voisinage immédiat d'un conducteur en équilibre électrostatique* (Figure 4.*a*.) :

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Remarque :
Dans le cas d'un conducteur réel les charges excédentaires se répartissent sur une couche d'épaisseur e au voisinage de la surface. Dans ce cas, le champ ne passe pas par une discontinuité σ/ε_0 mais varie de façon continue. Le champ à la surface du conducteur est pris égal à $\sigma/2\varepsilon_0$ (Figure 4.*b*.).

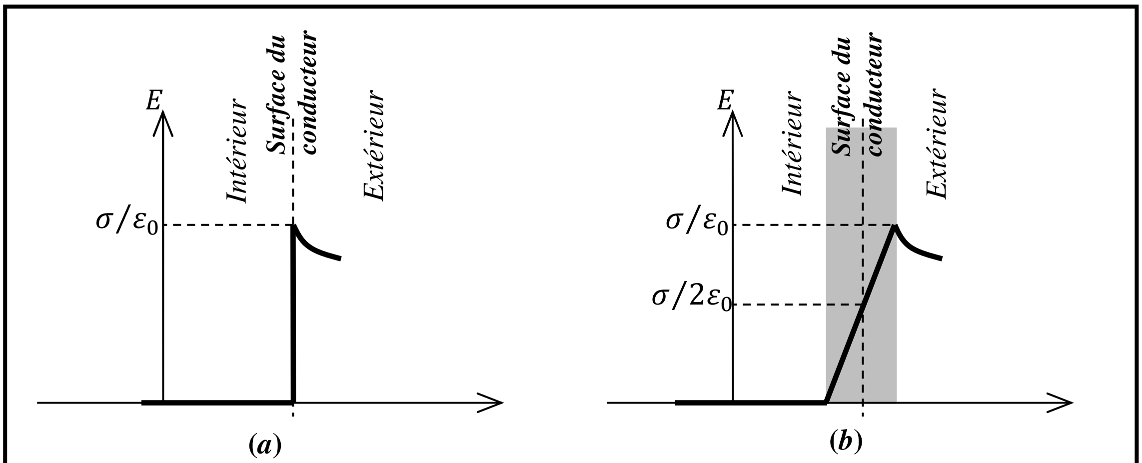


Figure 4 : Champ au voisinage de la surface d'un conducteur idéal (*a*) et réel (*b*).

Exemple : conducteur sphérique.

Distribution de charge : surfacique $Q = \sigma . S$

En utilisant le théorème de GAUSS on calcul le champ à l'intérieur et à l'extérieur d'un conducteur sphérique. (Figure 5.)
La symétrie du champ étant sphérique, la surface de GAUSS est donc une sphère de même centre que le conducteur.

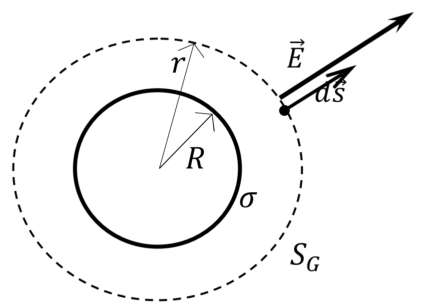


Figure 5.

$\vec{E}$ est perpendiculaire à la surface ($\vec{E} \parallel \vec{ds}$) et $E = \text{Cte}$ $\Rightarrow$ $\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \vec{ds} = E . S_G = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$

D'où

$$\begin{cases} \vec{E}_{\text{int}} = \vec{0} \\ \vec{E}_{\text{ext}} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{e}_r = \dfrac{\sigma . R^2}{\varepsilon_0} \dfrac{1}{r^2} \vec{e}_r \end{cases}$$

On calcule le potentiel à partir de $dV = -\vec{E} \bullet \vec{dl}$ (en coordonnées polaires $\vec{dl} = dr . \vec{e}_r + r . d\theta . \vec{e}_\theta$)
D'où

$$dV = -E . dr \quad \Rightarrow \quad V(r) = -\int E(r) . dr$$

Les constantes d'intégrales sont calculées à partir des conditions limites suivantes :

$V(r \to +\infty) = 0$ (potentiel nul à l'infini) et $V_{\text{int}}(r = R) = V_{\text{ext}}(r = R)$ (continuité).

Donc

$$\begin{cases} \vec{E}_{\text{int}} = \vec{0} \\ \vec{E}_{\text{ext}} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{e}_r = \dfrac{\sigma . R^2}{\varepsilon_0} \dfrac{1}{r^2} \vec{e}_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{int}} = K \dfrac{Q}{R} \\ V_{\text{ext}} = K \dfrac{Q}{r} = \dfrac{\sigma . R^2}{\varepsilon_0} \dfrac{1}{r} \end{cases}$$

<u>D'où le conducteur sphérique constitue un volume équipotentiel et son potentiel est égal à</u>

$$\boxed{V = K \frac{Q}{R}}$$

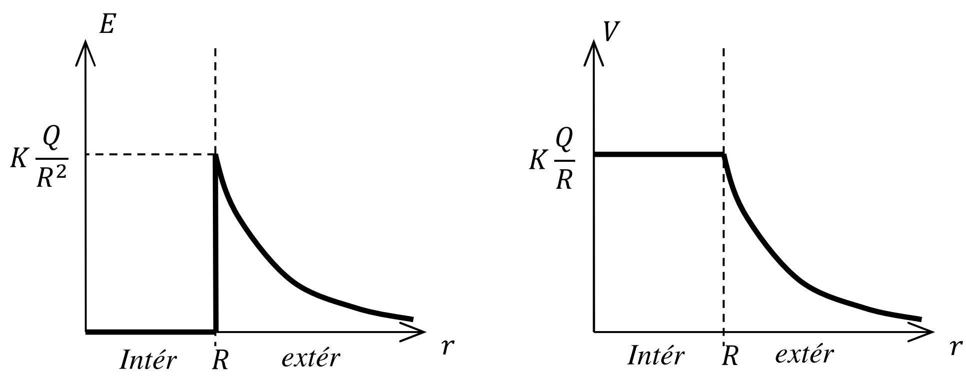


Figure 6 : Champ $E(r)$ et potentiel $V(r)$ pour un conducteur sphérique en équilibre électrostatique.

I.4. POUVOIR DES POINTES

Considérons le système constitué par deux sphères conductrices de rayons respectifs R_1 et R_2, suffisamment éloignées l'une de l'autre et reliées entre elles par un fil conducteur. (Figure 7.)

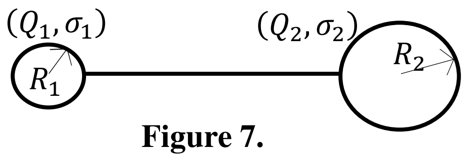


Figure 7.

Comme les deux sphères sont reliées elles forment, à l'équilibre électrostatique, le même volume équipotentiel.

$$V_1 = V_2 \qquad \Rightarrow \qquad K\frac{Q_1}{R_1} = K\frac{Q_2}{R_2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\sigma_1 . R_1}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_2 . R_2}{\varepsilon_0}$$

D'où

$$\boxed{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

Donc la densité de charge dans la sphère la plus petite (de rayon plus petit) est plus grande que la densité de charge de la sphère la plus grande (rayon plus grand). Cette propriété des conducteurs est appelée *pouvoir des pointes : c'est-à-dire que les charges ont tendance à s'accumuler sur les surfaces du conducteur qui ont le rayon le plus faible (pointes)*.

Applications : Paratonnerre, pointe à l'extrémité d'une aile d'avion …etc.

I.5. CAPACITÉ PROPRE D'UN CONDUCTEUR SEUL DANS L'ESPACE

D'après les équations intégrales du champ et du potentiel, un conducteur portant une charge Q produit un champ $\vec{E}$ et un potentiel V. Si un conducteur porte une charge $Q' = \alpha . Q$ son champ est $\vec{E}' = \alpha . \vec{E}$ et son potentiel est $V' = \alpha . V$. *Donc la charge d'un conducteur et son potentiel sont proportionnels.*

On appelle *Capacité propre du conducteur isolé dans l'espace* le facteur de proportionnalité.

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{Q = C . V}$$

La valeur de C ne dépend que de la forme du conducteur. Elle mesure l'aptitude (la capacité) du conducteur porté à un potentiel V à emmagasiner la charge.

L'unité de la capacité dans le système [MKSA] est le FARAD. $(1\,F = Coulomb/Volt)$

Sous multiples :

$1\,microF = 1\,\mu F = 10^{-6}\,F$; $1\,nanoF = 1\,nF = 10^{-9}\,F$; $1\,picoF = 1\,pF = 10^{-12}\,F$

Exemple : conducteur sphérique.

Potentiel du conducteur sphérique $V = K\frac{Q}{R}$

Capacité du conducteur sphérique $C = \frac{Q}{V} = \frac{R}{K}$ $\Rightarrow$ $\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 . R}$

D'où la capacité du conducteur sphérique ne dépend que du rayon de la sphère.

Dans le cas de la terre $R = 6400\ Km$. Donc $C = 711\ \mu F$.

I.6. ÉNERGIE INTERNE D'UN CONDUCTEUR SEUL DANS L'ESPACE

On vu que l'énergie potentielle d'une distribution de charges est égale à

$$U_{\text{syst}} = \sum_i \sum_j U_{ij} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \qquad (i \neq j)$$

Qui peut être écrite sous la forme

$$U_{\text{syst}} = \frac{1}{2} \sum_i q_i . V(i) \qquad \text{avec} \qquad V(i) = \sum_j \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_j}{r_{ij}} \qquad (i \neq j)$$

$V(i)$ est le potentiel crée par toutes les charges différentes de q_i au point où se trouve q_i.

De la même manière nous définissons l'énergie potentielle électrostatique ou énergie interne d'un conducteur isolé dans l'espace. Nous divisons la charge totale du conducteur en charges élémentaires dq considérées comme ponctuelles. L'énergie interne est donnée par la somme (intégrale) sur toutes les charges de la valeur $(V.dq)$ tel que V est le potentiel au point où se trouve la charge dq.

$$\boxed{U = \frac{1}{2} \int_Q V.dq}$$

Comme le potentiel du conducteur est constant (volume équipotentiel).

$$U = \frac{1}{2} V \int_Q dq = \frac{1}{2} QV$$

Et en utilisant la capacité.

$$\boxed{U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C.V^2}$$

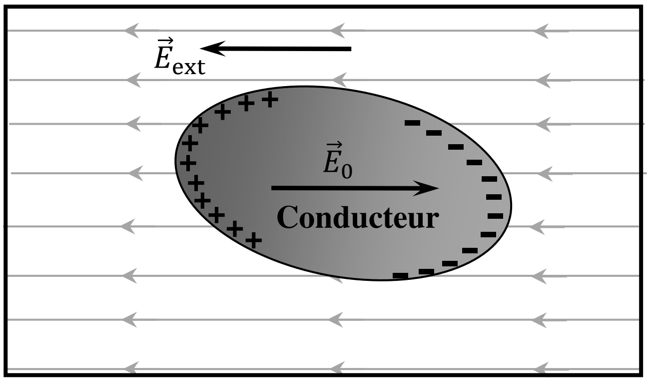
Remarque :

Lorsqu'on décharge le conducteur en le reliant à la terre par exemple, cette énergie se transforme en énergie calorique (effet JOULE)

II. PHÉNOMÈNES D'INFLUENCE ENTRE CONDUCTEURS CHARGÉS

1. *Conducteur à l'intérieur d'un champ électrostatique.*

On place un conducteur en équilibre électrostatique dans un champ extérieur $\vec{E}_{\text{ext}}$. Les charges « libres » dans le conducteur vont subir une force $\vec{F} = q.\vec{E}_{\text{ext}}$ (elle est dans le sens du champ extérieur pour les charges positives et opposée au champ extérieur pour les charges négatives). Dans ce cas, l'équilibre électrostatique est rompu. Les charges ne pouvant sortir du conducteur, elles vont donc s'accumuler sur les faces de ce dernier, les charges positives dans la face en aval (dans la direction du champ) et les charges négatives dans la face en amont (opposée à la direction du champ).



Cette accumulation de charge va crée un champ opposé à l'intérieur du conducteur au champ extérieur $\vec{E}_0$, et plus les charges s'accumuleront sur les faces du conducteur plus le champ $\vec{E}_0$ va augmenter en intensité (module) jusqu'à ce que

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{E}_{\text{ext}} + \vec{E}_0 = \vec{0}$$

Dans ce cas la force appliquée à une charge libre à l'intérieur du conducteur sera égale à

$$\vec{F}_{\text{tot}} = q.\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$$

Donc on obtient un nouvel état d'équilibre et le déplacement de charge va s'arrêter.

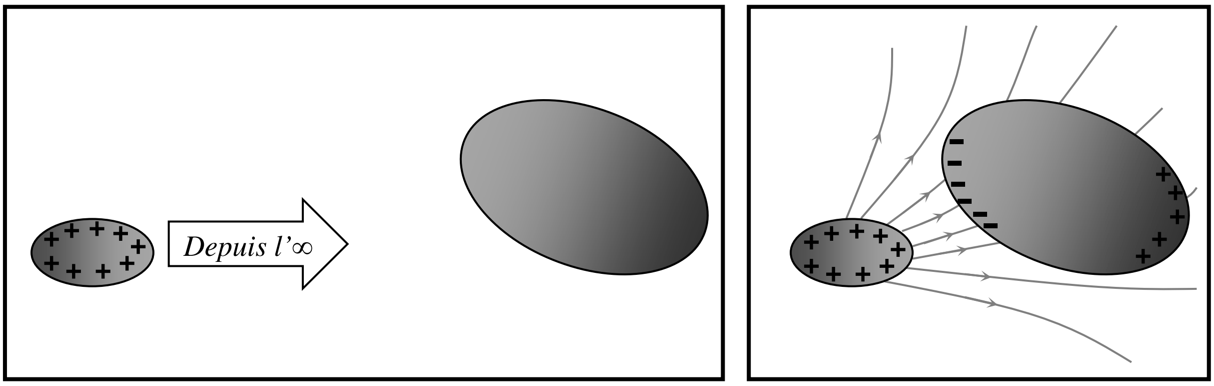
Dans les métaux les charges libres sont des électrons (signe négatif), leur déplacement est donc opposé au champ extérieur. L'accumulation de charge positive sur la face dans la direction du champ est due à un déficit en charge négative (plus de protons que d'électrons dans cette zone).

Remarque **:**

Entre deux états d'équilibre, le conducteur n'est pas en état d'équilibre électrostatique.
Le nouvel état d'équilibre implique la modification des répartitions de charges ce qui modifie le potentiel (nouvelle valeur constante du potentiel).

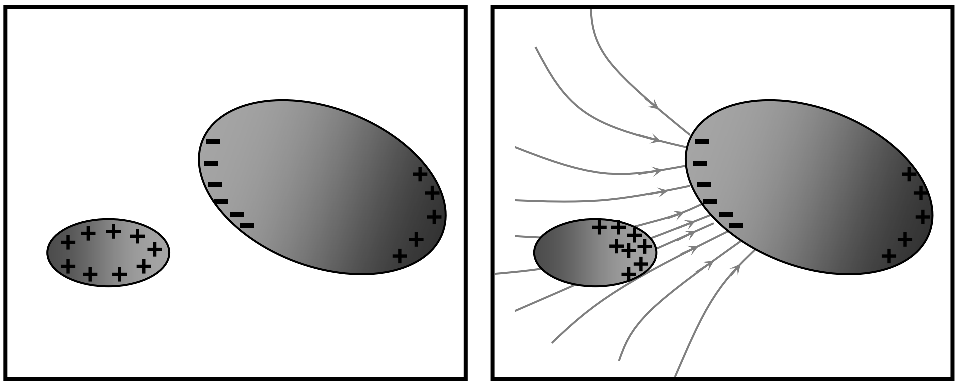
Equilibre électrostatique $\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$ $V = V_1 =$ Constante	$\Rightarrow$	Hors équilibre $\vec{E}_{\text{int}} \neq \vec{0}$ $V \neq$ Constante	$\Rightarrow$	Nouvel équilibre électrostatique $\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$ $V = V_2 =$ Constante

2. *Influence directe.*

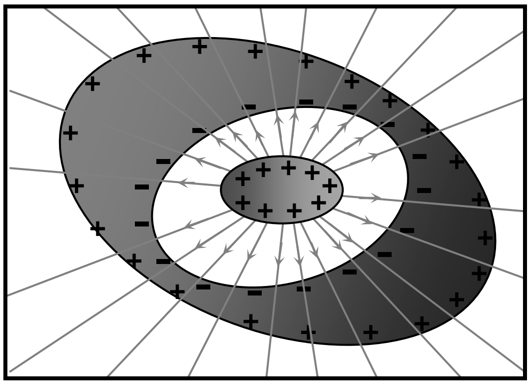


3. *Influence en retour.*

(Influence directe + influence en retour = influence mutuelle.)



4. *Influence totale.*



III. <u>CONDENSATEURS</u>

Phénomène de condensation de charges.
Définition du condensateur. Représentation schématique.
Deux conducteurs en influence totale. Capacité d'un condensateur.
La capacité d'un condensateur ne dépend que de la forme des conducteurs et de la matière isolante qui les séparent.

Condensateur plan. (vide et matière)
Condensateur sphérique.
Condensateur cylindrique.

Energie électrique interne d'un condensateur.

Association de condensateurs.
En série.
En parallèle.

Plusieurs diélectriques dans un condensateur.