Cours :

Systèmes asservis linéaires et continus

أنظـــمة التحكم المستمرة و الخطية

Partie 03

د. دليـــلة جـــــــودي

daliladjoudi@gmail.com

موجه للسنـــة الثانية ليسانس أوتوماتيك

2019/2020

Chapitre 3

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

تحليل الاستجابة الانتقالية الزمنية للأنظمة القاعدية من

"الدرجة الاولى والثانية ولمحة عن الدرجات الأعلى و الانظمة المتأخرة"

Chapitre 3

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

تحليل الاستجابة الانتقالية الزمنية للأنظمة القاعدية من "الدرجة الاولى والثانية"

3.1 Introduction

1. **Une fois un modèle mathématique d'un système à étudier obtenu on analyse les performances du système.**
2. **Pour analyser et synthétiser des régulateurs, les systèmes sont testés pour des signaux d'entrée connues ou par changement de conditions initiales avec entrées nulles.**

1. عندما نحصل على نموذج رياضي للنظام المراد دراسته, نقوم أولا بتحليل أداء هذا النظام (أي دراسة خصائص استجابته)
2. لكي نقوم بتحليل النظام أو تصميم التحكم فيه, نقوم بتجربة الأنظمة بدوال مدخل معروفة أو بتغيير الشروط الابتدائية للنظام مع اعتبار اشارة المدخل منعدمة.

Chapitre 3

تحليل الاستجابة الانتقالية الزمنية للأنظمة القاعدية من "الدرجة الاولى والثانية"

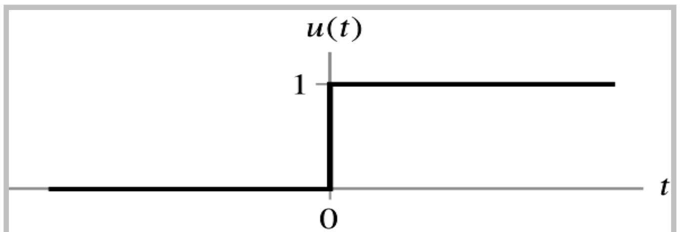
3.1 Introduction

Les signaux de base de test :

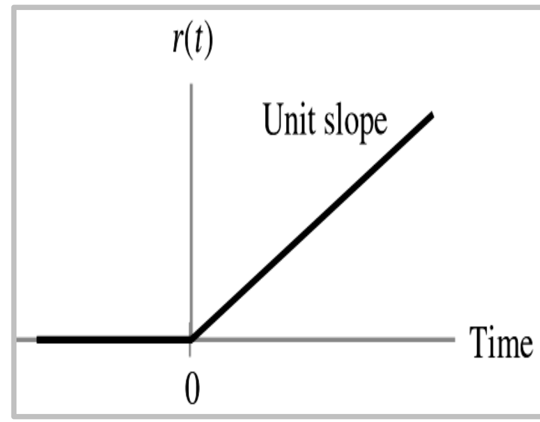
الدوال أو الاشارات الأساسية المستخدمة كمدخل للتجريب

L'échelon unitaire, دالة الخطوة

$$u(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$



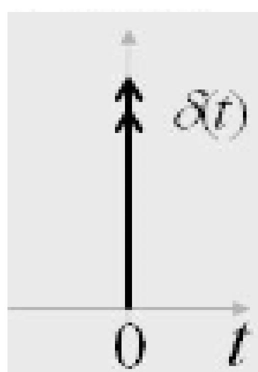
La rampe دالة المنحدر



$$r(t)=\begin{cases}t, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

Impulsion de dirac دالة

$$\delta(t)=0 \quad for \quad t\neq 0$$
$$and$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$



le parabole القطع المكافئ..le sinus

Chapitre 3

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.1 Introduction

Les signaux de base de test :

الدوال أو الاشارات الأساسية المستخدمة كمدخل للتجريب

Impulsion

$$\delta(t)=\begin{cases} A & t=0 \\ 0 & t\neq 0 \end{cases}$$

L'échelon

$$u(t)=\begin{cases} A & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

La rampe

$$r(t)=\begin{cases} At & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

La parabole

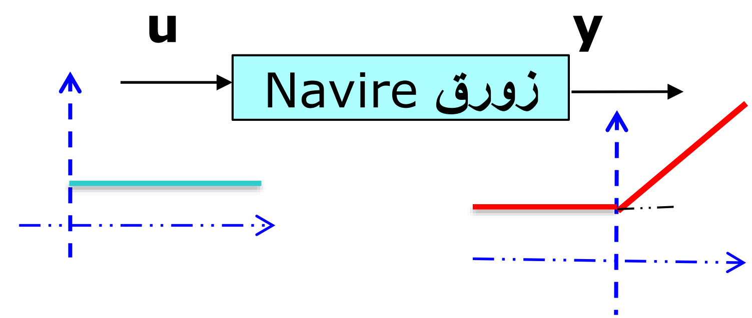
$$p(t)=\begin{cases} \dfrac{At^2}{2} & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

$\int$ $\quad$ $\frac{d}{dt}$

Chapitre 3

تحليل الاستجابة الانتقالية الزمنية للأنظمة القاعدية من "الدرجة الاولى والثانية"

3.2 L'intégrateur المُكامِل



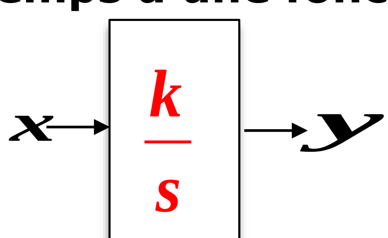
Dans un navire si on fixe l'angle de barre à une valeur constante u, la sortie évolue infiniment en fonction du temps « pratiquement » le navire tourne sans cesse c'est l'intégrateur!

اذا ثبتنا عجلة قيادة الزورق على زاوية ما فان الزورق سيتمر بالدوران الى ما لا نهاية مما يعني ان اشارة مدخل ثابتة اعطت لنا اشارة مخرج متغيرة في الزمن وهذا هو المكامل Integrator

$$\dot{y} = ku(t) \quad \Rightarrow y = \int_0^t ku(t)dt + y(0)$$

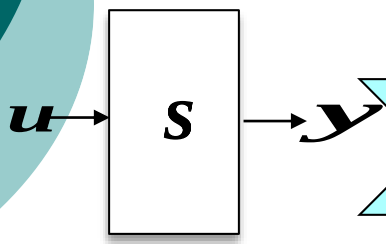
si CI=0 $sY(s) = kU(s)$ $\boxed{\Rightarrow Y(s) = \frac{k}{s}U(s)}$

Un intégrateur dans le temps a une fonction de transfert دالة انتقال المكامل

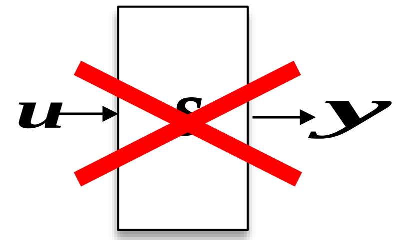


3.3 Le dérivateur :المُشتق

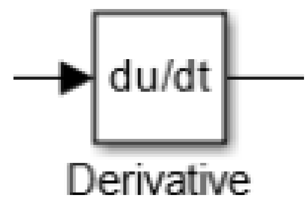
$$y(t) = \frac{\partial u}{\partial t} \Rightarrow Y(s) = sU(s)$$



C'est la forme parfaite elle n'existe pas dans la pratique



La dérivation se traite numériquement par exemple par programmation sur Matlab. Ou en utilisant les blocs Simulink



لا وجود في الواقع للمشتق المثالي وبالتالي لا توجد دالة انتقال **s** وانما نشتق رقميا في برنامج ماطلاب مثلا او باستعمال لبنات **Simulink** الحاضرة كما هو مبين أعلاه

3.4 Système du premier ordre الأنظمـــة من الدرجة الأولى

Les systèmes avec ED de 1^{er} ordre de la forme

هي الانظمة التي تكون معادلتها التفاضلية من الدرجة الاولى ومن الشكل التالي

$$y + T\dot{y} = ku(t)$$

La Transformée de Laplace de : CI=0 للمعادلة باعتبار

$$Y(s) + TsY(s) = kU(s) \qquad \Rightarrow Y(s) = \left[\frac{k}{1+Ts}\right]U(s) \qquad \boxed{\Rightarrow G(s) = \left[\frac{k}{1+Ts}\right]}$$

Tout système ayant une FT de la forme de G(s) est dit du premier ordre. كل نظام يملك دالة انتقال من شكل الدالة **G(s)** هو نظام من الدرجة الأولى واستجابته النمطية هي ذاتها

K=G(0): le gain statique (*steady state gain*) ;
T: constante du temps (*time constant).*

3.4 Système du premier ordre الأنظمـــة من الدرجة الأولى

3.4.1 La réponse indicielle : u(t) échelon donc U(s)=1/s

$$\Rightarrow Y(s) = \left[\frac{k}{1+Ts}\right]\frac{1}{s} \quad \Rightarrow Y(s) = \frac{k}{s} - k\frac{1}{s+1/T} \quad \mathfrak{I}^{-1} \Rightarrow \boxed{y(t) = k(1-e^{-t/T})}$$

y(0)=0 , y(∞)=k (Théo.V.F s=0)

On a une caractéristique importante :

$$y(T) = 0.632k \qquad \boxed{\Rightarrow y(T) = 0.632\, y(\infty)}$$

- **La constante de temps T est la valeur pour laquelle la sortie arrive à 63% de sa valeur finale.**
- **Le système est plus rapide quand T est plus petite**

- ثابت الزمن T هو الزمن الذي من أجله تصل استجابة النظام من الدرجة الاولى اى 63% من قيمته النهائية.
- كلما صغرت قيمة T كانت استجابة النظام أسرع,

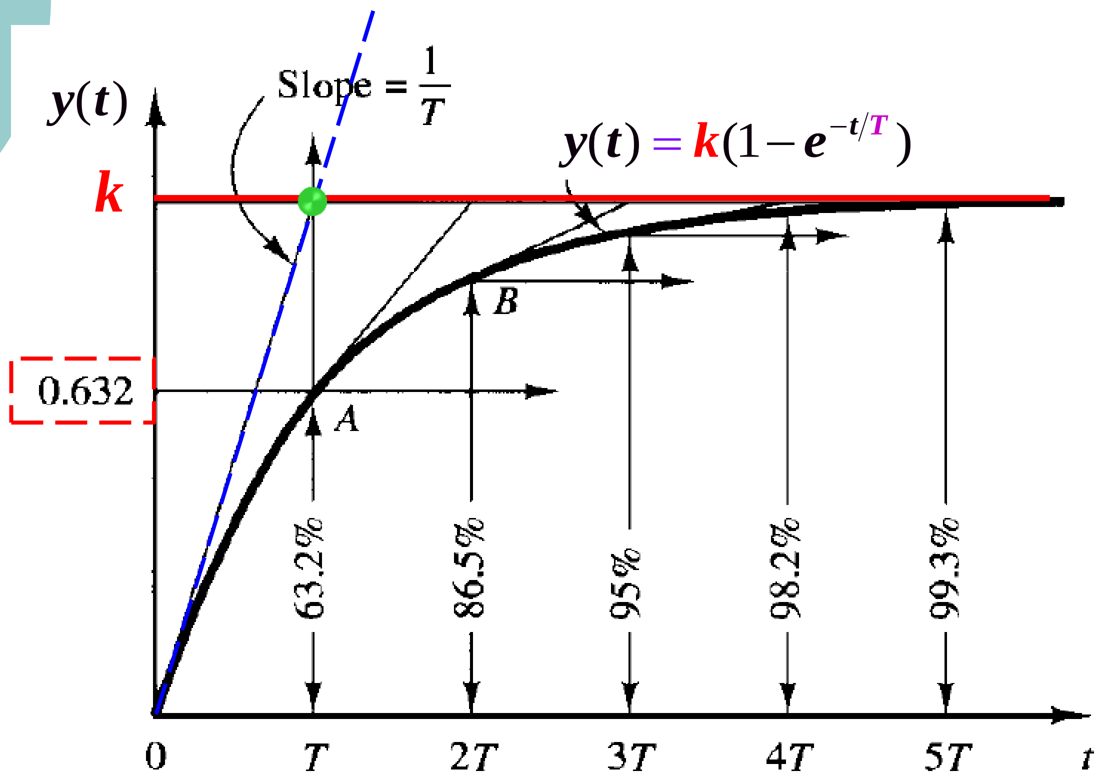
Chapitre 3

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.4 Système du premier ordre الأنظمـــة من الدرجة الأولى

3.4.1 La réponse indicielle : u(t) échelon donc U(s)=1/s

$$y(t) = k(1-e^{-t/T})$$



On peut mesurer T d'une courbe de deux façons:

*La tangente à l'origine et le point d'intersection avec la valeur finale est T

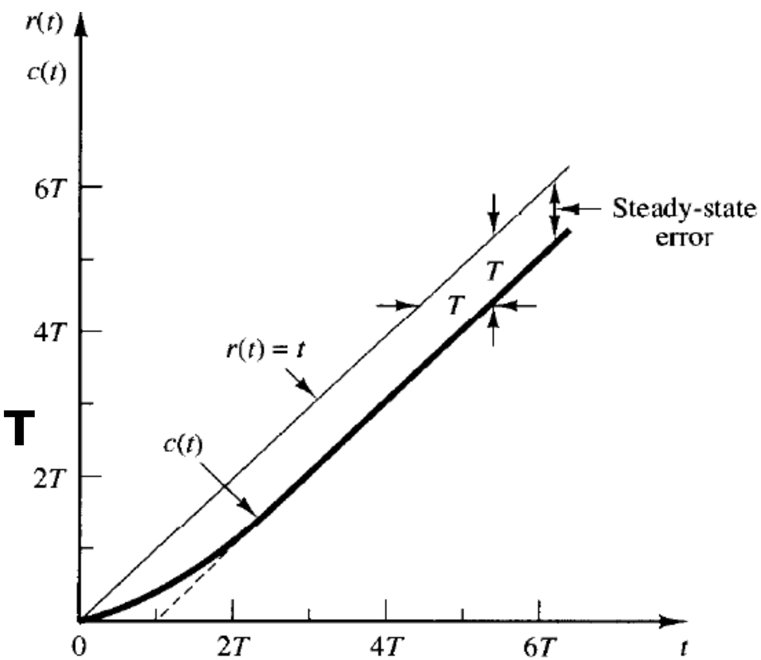
*chercher T à 63.2% de la valeur finale

3.4 Système du premier ordre الأنظمـــة من الدرجة الأولى

3.4.2 La réponse à une rampe: u(t)=t donc $\boxed{U(s)=1/s^2}$

$$\Rightarrow Y(s)=\left[\frac{1}{1+Ts}\right]\frac{1}{s^2} \qquad \Rightarrow Y(s)=\frac{1}{s^2}-\frac{T}{s}+\frac{T^2}{Ts+1}$$

$$\mathfrak{I}^{-1}\Rightarrow y(t)=t-T+Te^{-t/T}$$



Le signal d'erreur e(t)=u(t)-y(t)

$$e(t)=T(1-e^{-t/T})$$

Quand t tends vers l'infini r tend vers T

$$e(\infty)=T$$

Plus T est petit l'erreur est petite.

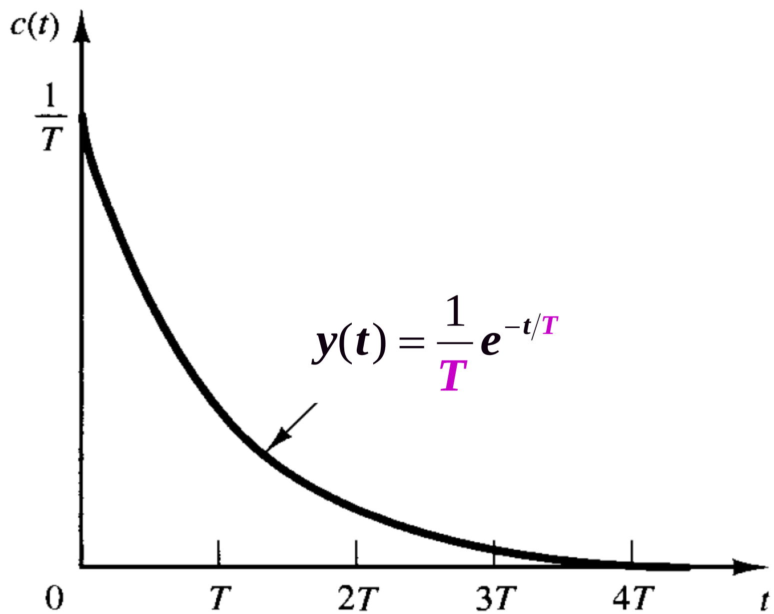
Chapitre 3

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.4 Système du premier ordre الأنظمـــة من الدرجة الأولى

3.4.3La réponse impulsionnelle : u(t)=1 pour t=0 et 0 aill donc $U(s)=1$

$$\Rightarrow Y(s)=\left[\frac{1}{1+Ts}\right] \quad \mathfrak{I}^{-1}\Rightarrow \quad \boxed{y(t)=\frac{1}{T}e^{-t/T}}$$



3.5 Système de 2ème ordre — الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــــة

Tous les systèmes de 2ème ordre sont des systèmes dont l'équation différentielle est de 2ème ordre et a une forme canonique unique du type :

الأنظمة من الدرجة الثانية هي أنظمة معادلاتها التفاضلية من الدرجة الثانية و لها نفس الشكل النموذجي او القانوني التالي :

$$\ddot{y} + 2\zeta w_n \dot{y} + w_n^2 y = k w_n^2 u(t)$$

Encore la fonction de transfert de ces systèmes a la même forme canonique de 2ème ordre suivant

هذه الأنظمة لها نفس الشكل القانوني لدالة الانتقال كذلك

$$H(s) = \frac{k w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

k : est le gain statique= H(0) "steady state gain"

w_n : pulsation propre non amortie "undamped natural frequency"

ζ : coefficient d'amortissement "damping ratio"

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــــة

- Tous les systèmes de 2ème ordre sont analysées et commandés de la même façon :

- Le comportement dynamique transitoire du système de 2eme ordre est complètement défini par ζ et w_n

- كـــل الأنظمة من الدرجة الثانية تُحلل ويُتحكم فيها بنفس الطريقة.

- الاستجابة الحركية أو الديناميكية الانتقالية لنظام من الدرجة الثانية تتعلق كلية بقيم w_n ζ

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

Les pôles de H(s) sont $s_{1,2} = -\zeta w_n \pm w_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$, pour Wn constant on a

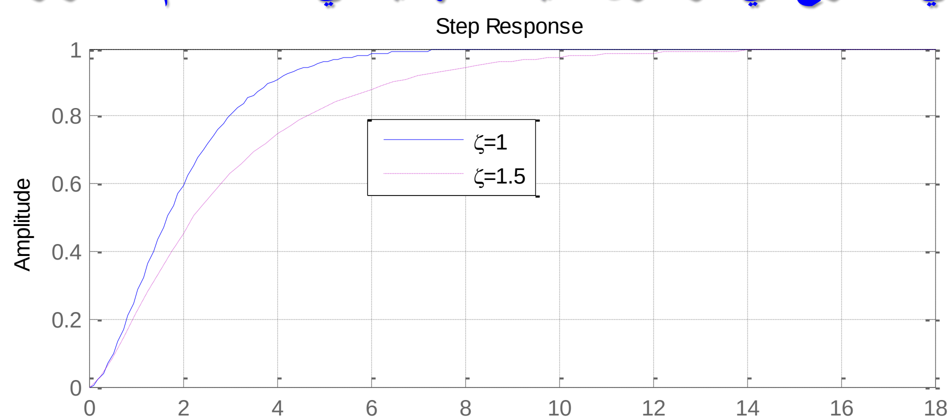
Si $\zeta > 1$: Les deux pôles sont réels et négatifs $s_{1,2} = -\zeta w_n \pm w_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$

La réponse est apériodique : « overdamped » il n'y a ni oscillation ni dépassement استجابة دون اهتزازات و دون تجاوز

Si $\zeta = 1$: on a un pôle réel double $s_{1,2} = -\zeta w_n$

La réponse est apériodique : « critically damped » La réponse atteint sa valeur finale le plus rapidement possible sans oscillation et sans dépassement

استجابة دون اهتزازات و هي الأسرع في الوصول للقيمة النهائية في حالة عدم الاهتزاز

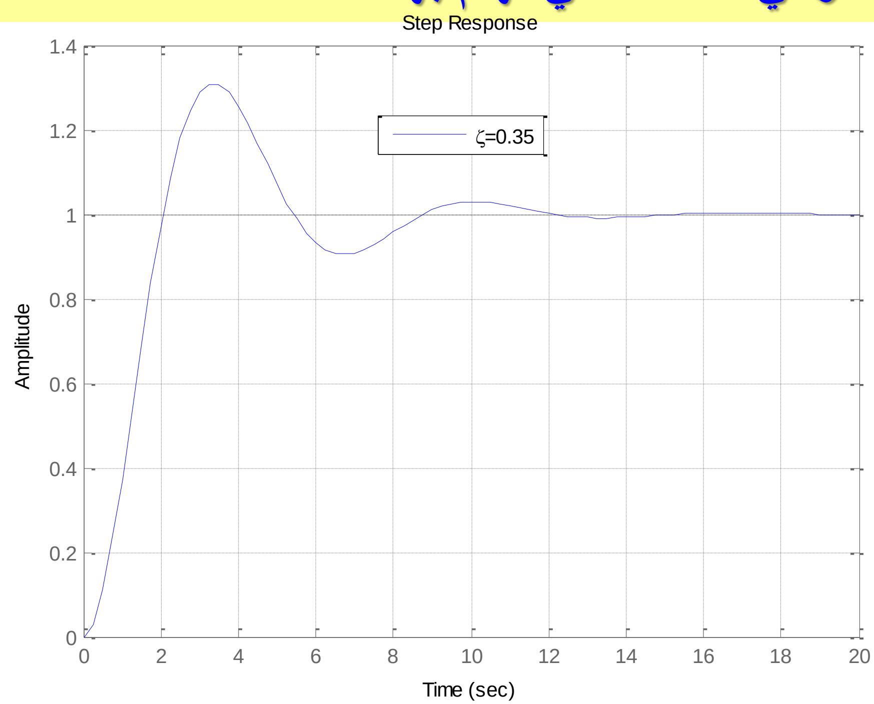


3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

si $0 < \zeta < 1$: **on a deux pôles complexes conjugués** $s_{1,2} = -\zeta w_n \pm j w_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$

La réponse est sous-amortie : « under-damped » il y a des oscillations amorties, c'est le cas auquel on s'intéresse.

استجابة مع اهتزازات متخامدة وهي الحالة التي نهتم بها



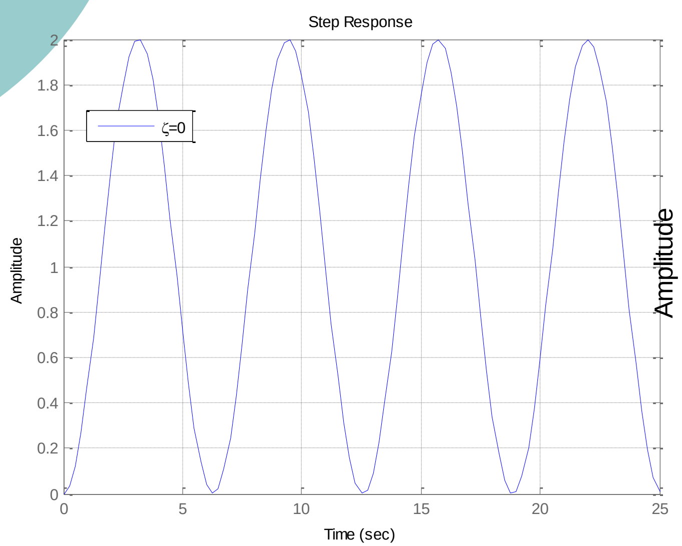
Chapitre 3

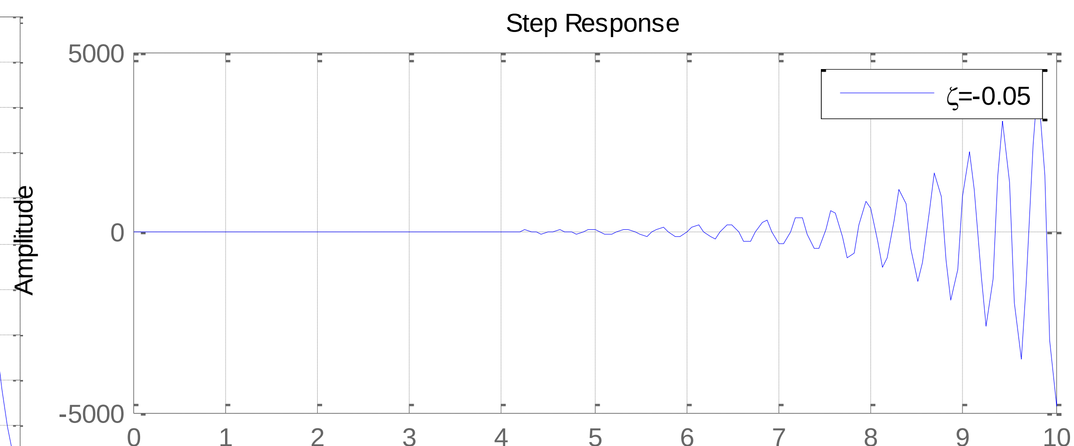
Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــــة

Si $\zeta = 0$: on a deux pôles imaginaires conjugués $S_{1,2} = \pm j w_n$

La réponse est oscillatoire et non-amortie : undamped, on a des oscillations entretenues استجابة اهتزازية دورية دون تخامد وهي حالة استقرار حرج.





Si $\zeta < 0$ on a deux pôles instables $S_{1,2} = -\zeta w_n \pm w_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$

Les pôles sont réels positifs et la réponse diverge et tend vers l'infini.استجابة اهتزازية "او غير اهتزازية اذا كانت زيتا اصغر من -1" وتؤول الى مالانهاية اي عدم استقرار

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

Exemple : système masse ressort amortisseur : on a trouvé

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{ms^2+Bs+K}$$ Sous forme canonique $$H(s)=\frac{kw_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{\frac{1}{K}\frac{K}{m}}{s^2+\frac{B}{m}s+\frac{K}{m}}$$

Par identification on trouve

$$k=\frac{1}{K}; \qquad w_n^2=\frac{K}{m}\Rightarrow w_n=\sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\frac{B}{m}=2\zeta\sqrt{\frac{K}{m}}\Rightarrow \zeta=\frac{B}{2\sqrt{mK}}$$

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيــــة

3.5.1 La réponse indicielle : trouver y(t) pour u(t) échelon càd U(s)=1/s :

$$Y(s) = \frac{kw_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}\left(\frac{1}{s}\right) \Rightarrow y(t) = L^{-1}(Y(s))$$

Pour $(0 < \zeta < 1)$:

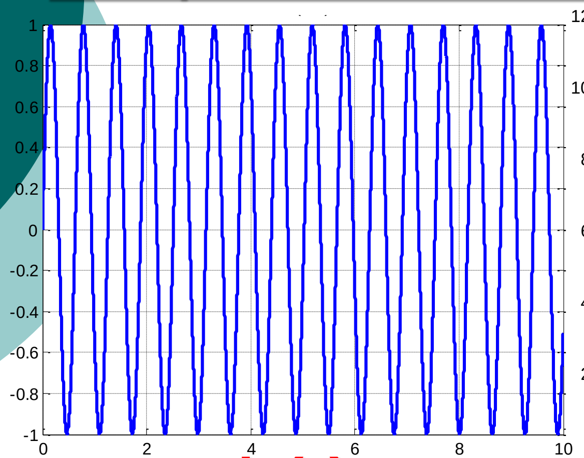
$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right),$$

Avec $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$. **est la pulsation propre amortie (*Damped natural frequency*).**

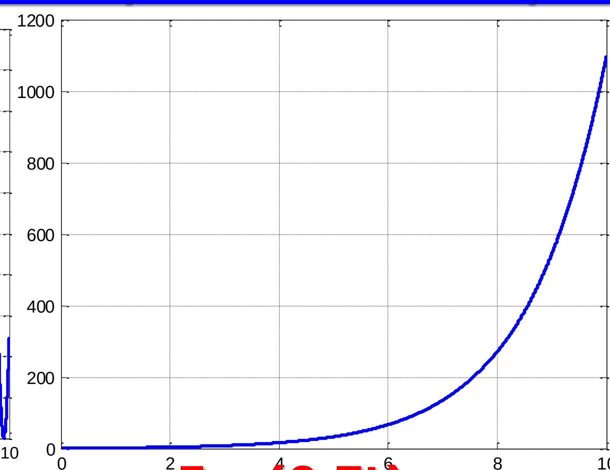
- **La réponse du deuxième ordre est une fonction de forme sinusoïdale dont l'enveloppe est une forme exponentielle.**
- **Pour expliquer, prenons un exemple fait sur matlab pour la multiplication exponentielle et sinus**
- استجابة نظام من الدرجة الثانية لإشارة الخطوة هي دالة جيبية تتغير طويلتها على شكل دالة أسية

تحليل الاستجابة الانتقالية الزمنية للأنظمة القاعدية من "الدرجة الاولى والثانية"

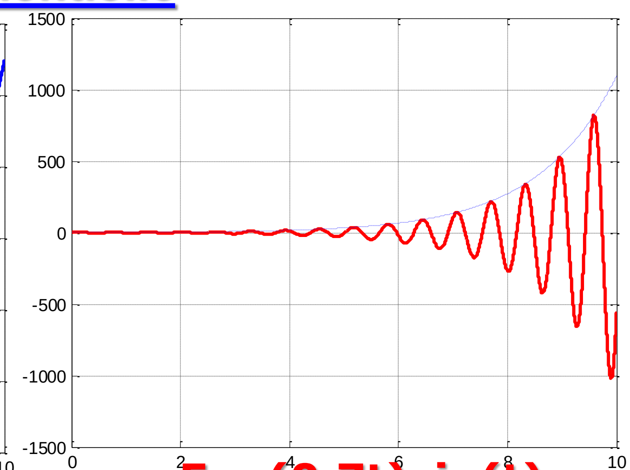
Exemple d'illustration multiplication sinus exponentielle



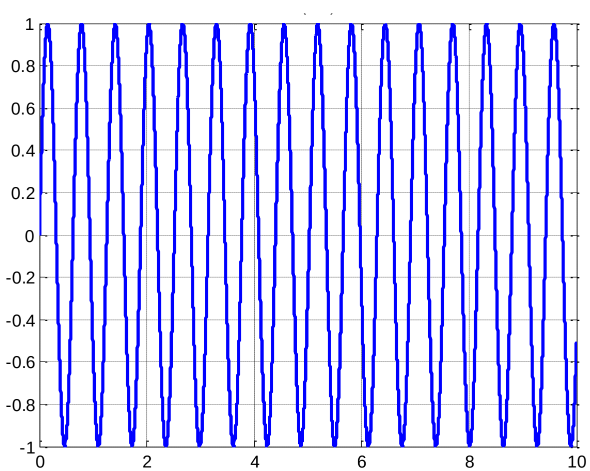
sin(t)



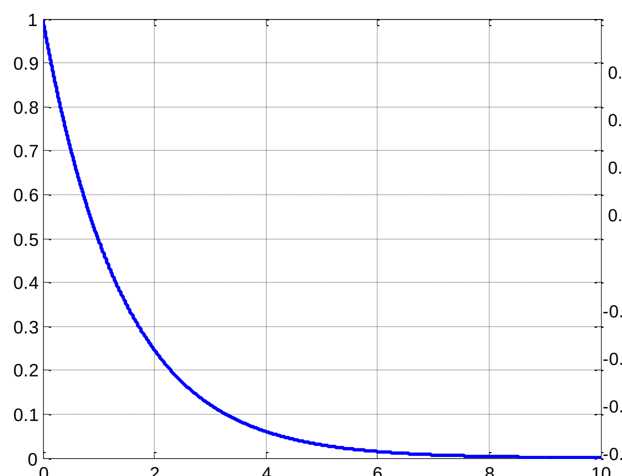
Exp(0.7t)



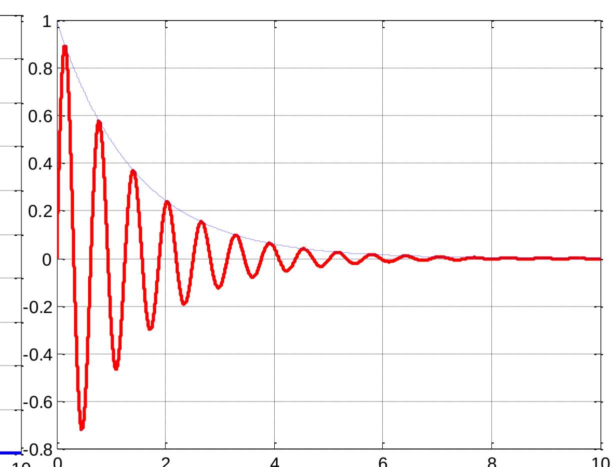
= Exp(0.7t)sin(t)



sin(t)



Exp(-0.7t)



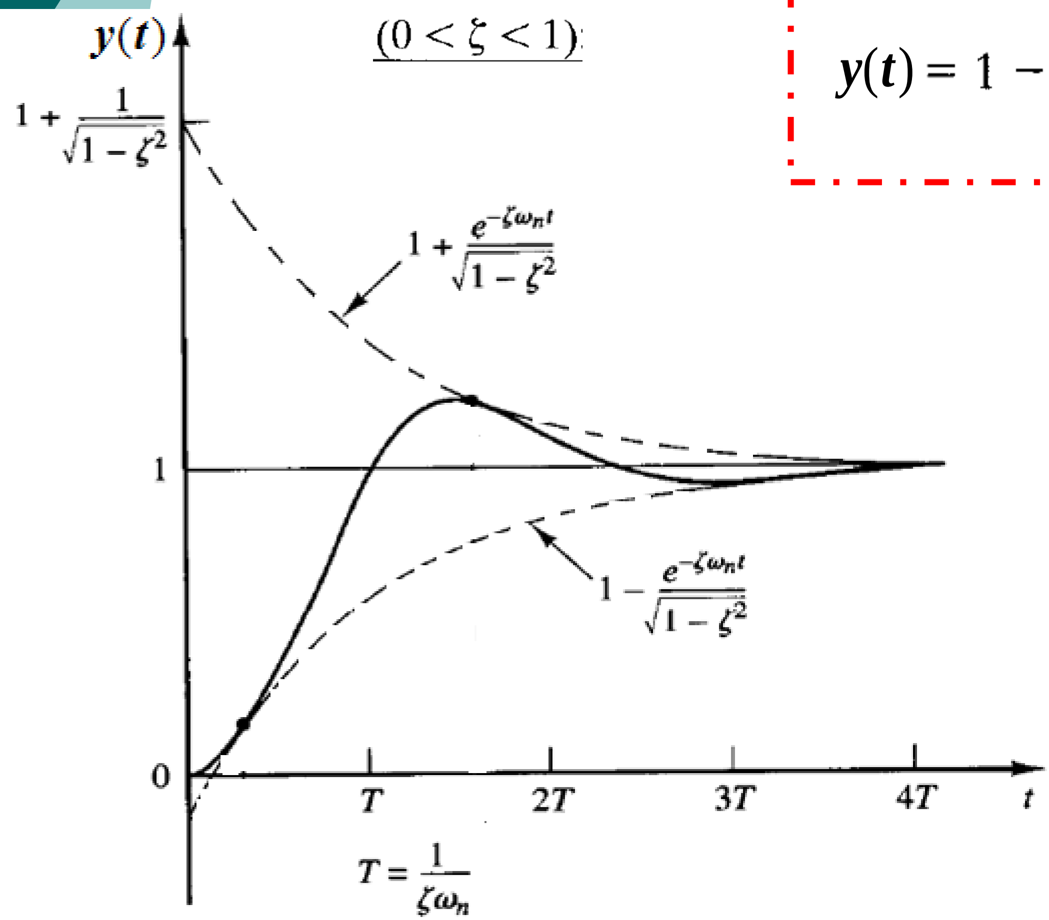
= Exp(-0.7t)sin(t)

Exmpl_SinExp.m

3.5 Système de 2ème ordre — الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.1 La réponse indicielle : trouver y(t) pour u(t) échelon càd U(s)=1/s :

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right),$$



***Réponse qui dépend de*:**

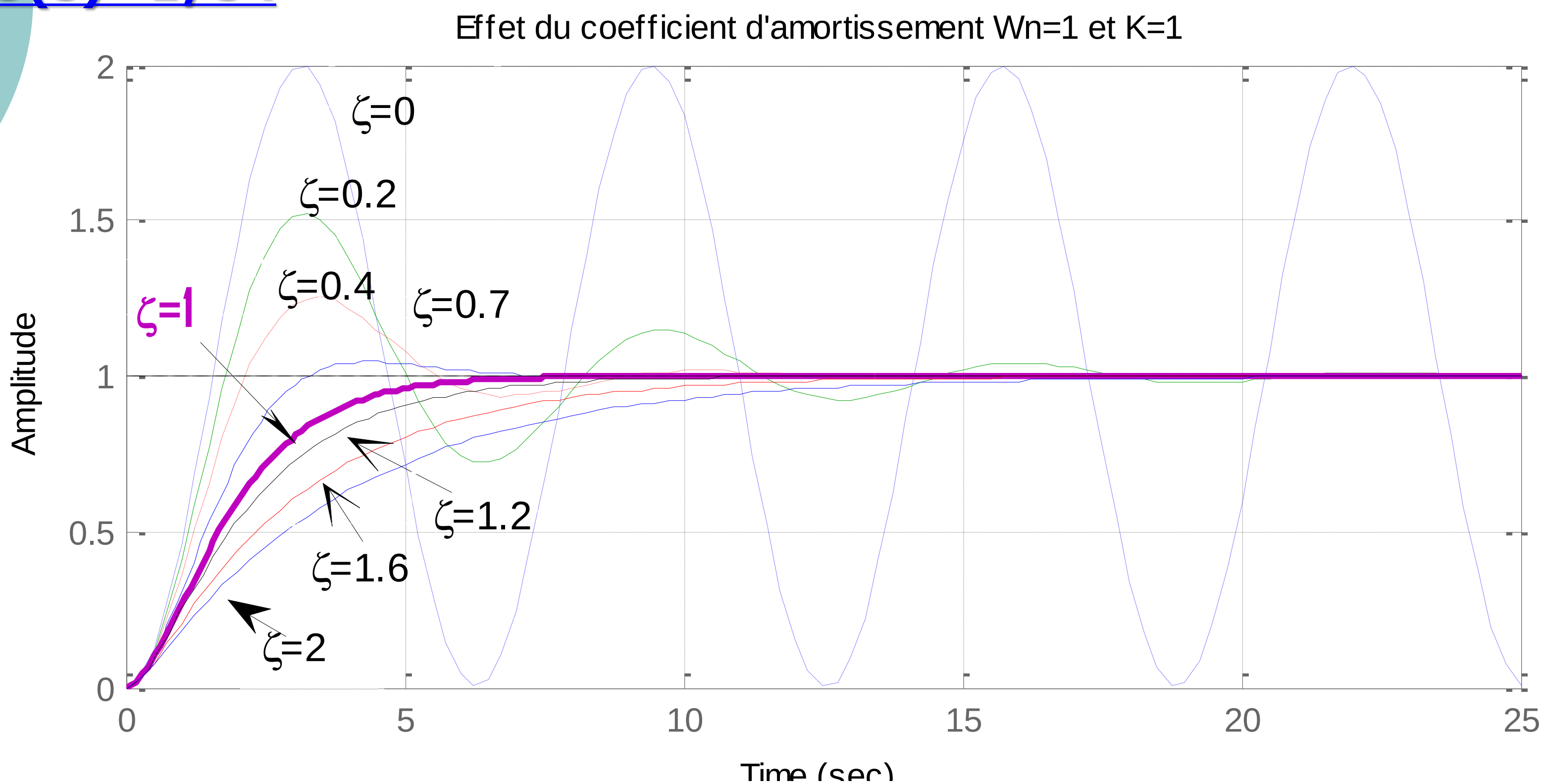
ζ **et** w_n

Image de Ref [2]/166

Analyse temporelle du régime transitoire des systèmes de base

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــــة

3.5.1 La réponse indicielle : trouver y(t) pour u(t) échelon càd U(s)=1/s :

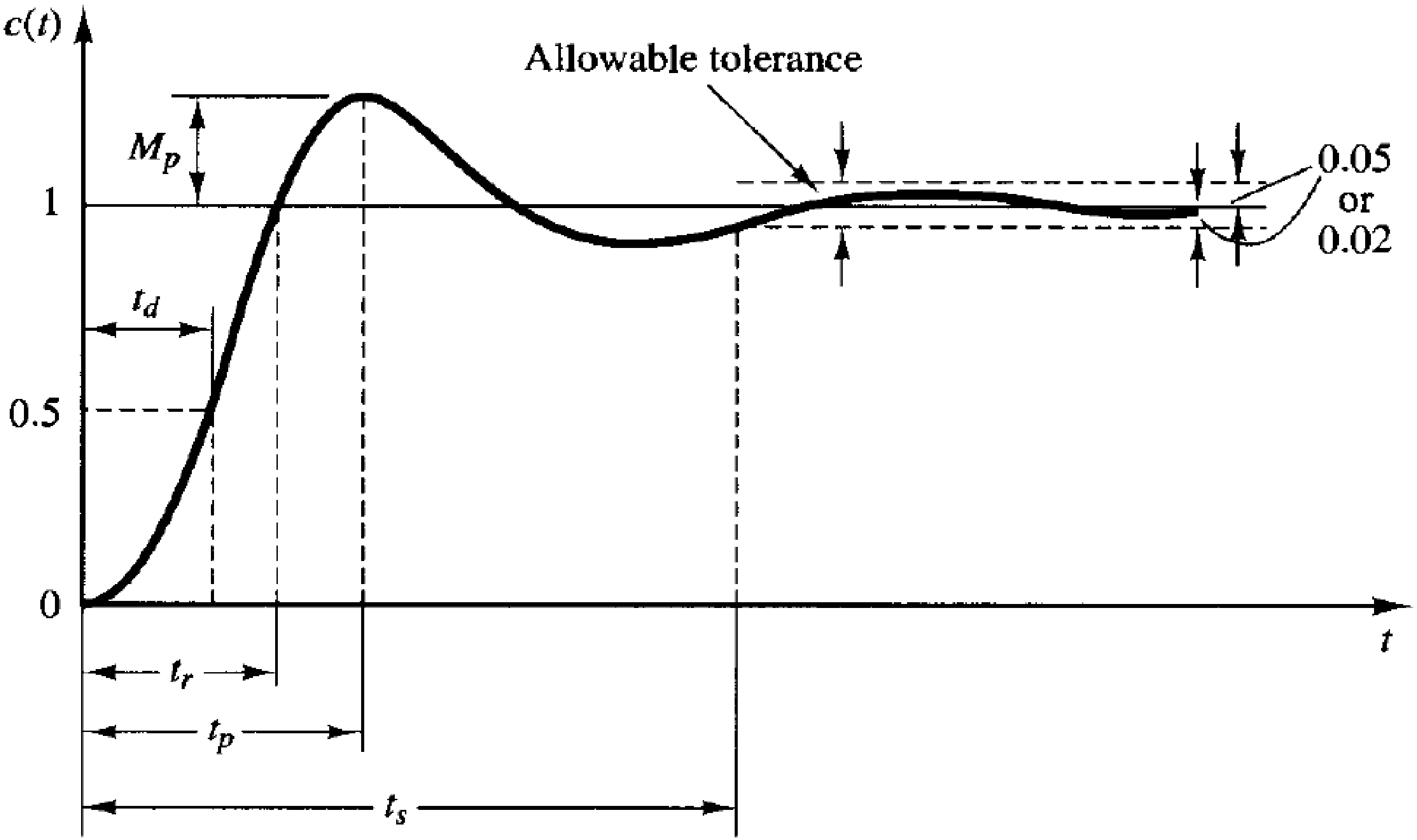


Réponse indicielle en fonction du coeff d'amortissement

استجابة نظام درجة ثانية لاشارة الخطوة بدلالة معامل التخامد زيتا

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2ème ordre



$y(\infty) = K$

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيــــة

3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2èmeordre

1-Dépassement maximale : $M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$ **ou** $M_p = \dfrac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$

2-Temps de pick (Pic Time) : $t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$

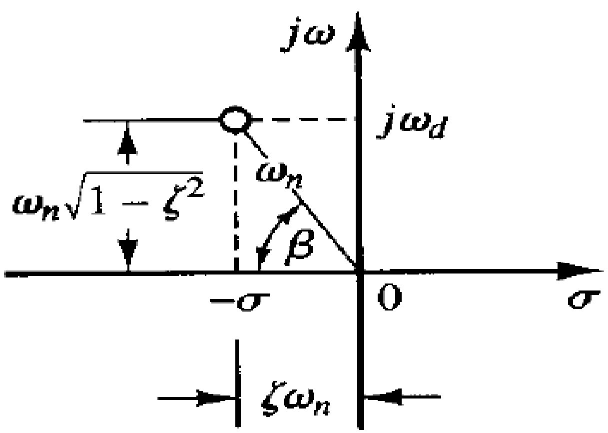
3-Temps de montée (Rise time) : $t_r = \dfrac{1}{\omega_d} \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega_d}{-\sigma}\right) = \dfrac{\pi - \beta}{\omega_d}$

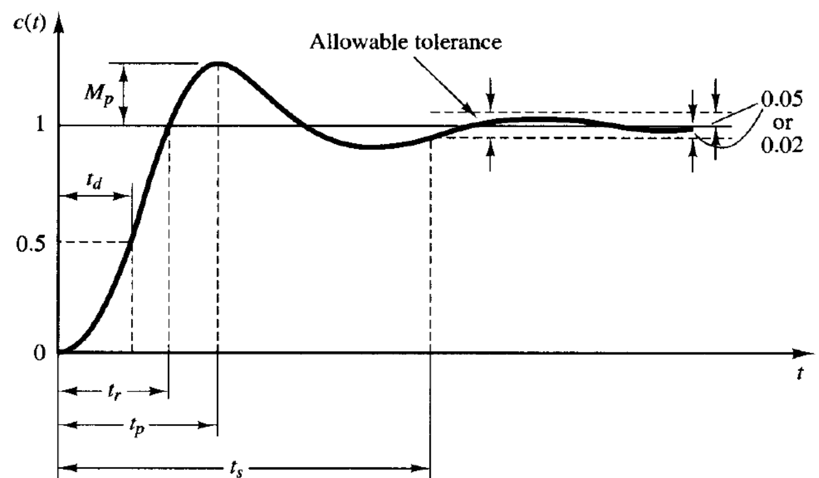
4-Temps de stabilisation (Settling time)

à2% : $t_s = 4T = \dfrac{4}{\sigma} = \dfrac{4}{\zeta\omega_n}$

à5% : $t_s = 3T = \dfrac{3}{\sigma} = \dfrac{3}{\zeta\omega_n}$

T est la constante du temps



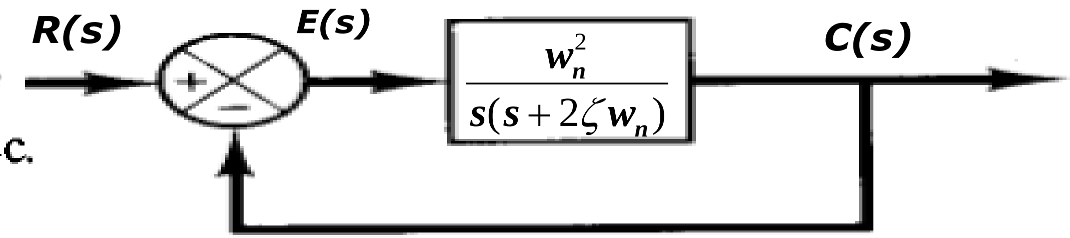


3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2ème ordre

Exemple 1

Soit le système donné sur la figure, si on donne $\zeta = 0.6$ and $\omega_n = 5$ rad/sec.
Calculer :



1- le temp de montée 2- le temps de pic, 3- le dépassement maximale, 4- le temps de stabilisation.

1- Le temp de montée

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 4$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\omega_d}{\sigma} = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 0.93 \text{ rad}$$

$$t_r = \frac{3.14 - 0.93}{4} = 0.55 \text{ sec}$$

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2èmeordre

Exemple 1

2- Le temp de pic

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{3.14}{4} = 0.785 \text{ sec}$$

3- le dépassement maximale

$$M_p = e^{-(\sigma/\omega_d)\pi} = e^{-(3/4)\times 3.14} = 0.095 \Rightarrow 9.5\%$$

4- le temps de stabilisation.

A 2% : $t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ sec}$ *A 5% :* $t_s = \frac{3}{\sigma} = \frac{3}{3} = 1 \text{ sec}$

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

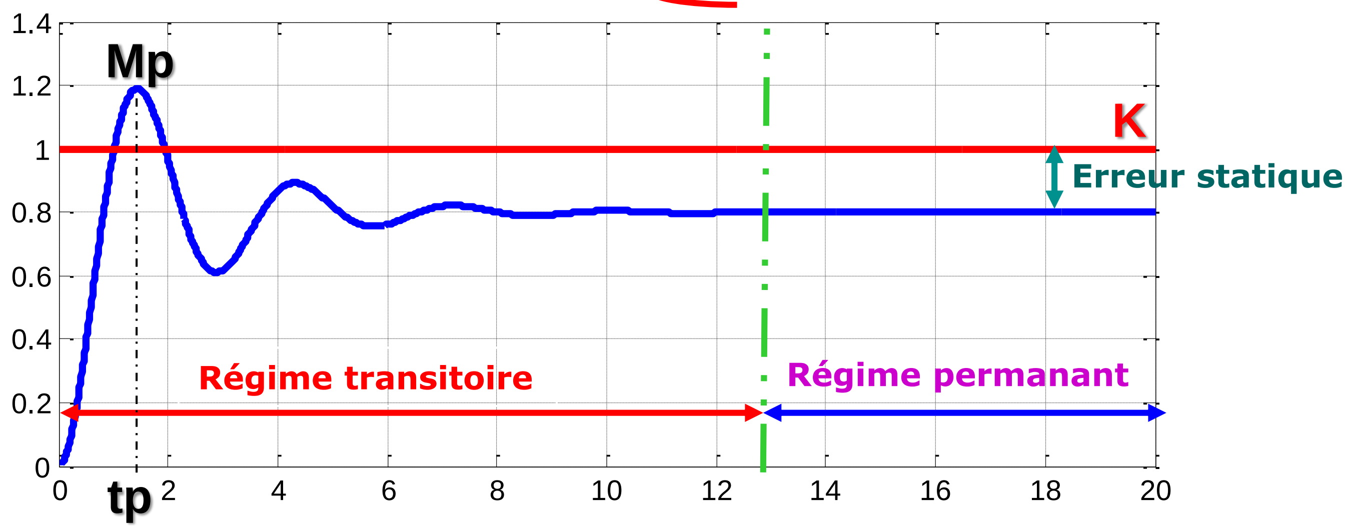
3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2ème ordre

Performances d'un système asservi

Les quantités de dépassement maximale Mp, le temps de pic tp, et le gain statique K déterminent les trois performances d'un système asservi.

Performances d'un système asservis
آداء النظـــــــام

- la rapidité , tp السرعة
- la stabilité Mp , الاستقرار أو الثبات
- la précision K, الدقـــة



Le comportement d'un système asservi est défini par ces 3 caractéristiques

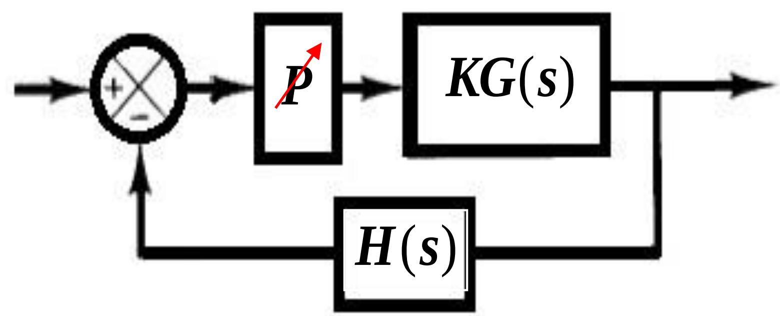
3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2èmeordre

Performances d'un système asservi

Pour un système bouclé les performances peuvent être à caractériser (analyse : Analysis) ou à imposer (synthèse : Design)

يمكن لخصائص آداء النظام أن تكون للتمييز أو التقييم وهو "تحليل النظام "Analysis أو أن تكون مفروضة (دفتر الشروط) وتحسب وسائط التحكم بدلالة هذه الخصائص و هو تصميم نظام التحكم "Design"



Analyse des performances: { KG(s) connue, P fixé } ⇨ Trouver les performances

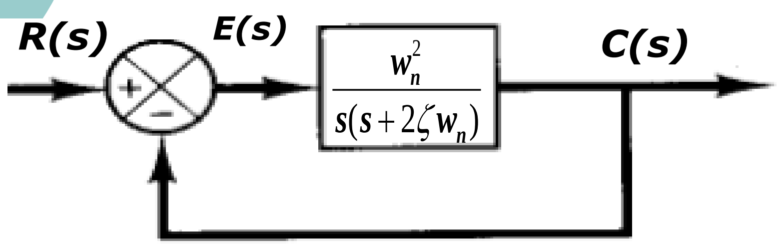
Synthèse d'un système asservi: { KG(s) connue ⇨ Trouver P (réglage); Performances désirées (Cahier des charges) }

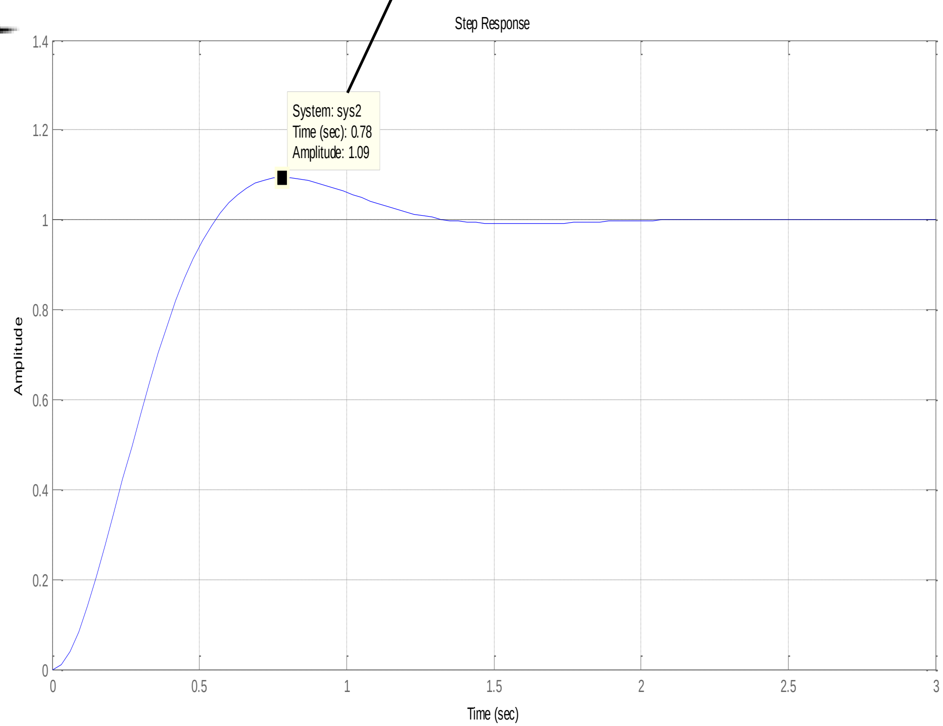
3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.2 Spécifications de la réponse indicielle d'un 2ème ordre

Tracer la réponse indicielle sur matlab

System: sys1
Time (sec): 0.78
Amplitude : 1.09






```
wn=5, zeta=0.6
num=[wn^2]
den=[1 2*zeta*wn 0]
sys0=tf(num,den)
sys1=feedback(sys0,1)
step(sys1,3), grid
```

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.3. Identification d'un système de 2eme ordre à partir de ses spécifications

Si on a la réponse d'un système sans sa formule analytique on peut trouver ζ et w_n à partir de M_p et t_p tirés de la courbe et le gain statique *k* est la valeur finale y(∞).

Si Mp et tp sont connus on a:

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \Rightarrow \boxed{\zeta = \frac{\left|\ln(M_p)\right|}{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p)^2}}}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \Rightarrow \boxed{w_n = \frac{\pi}{t_p\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

et $\boxed{k = y(\infty)}$

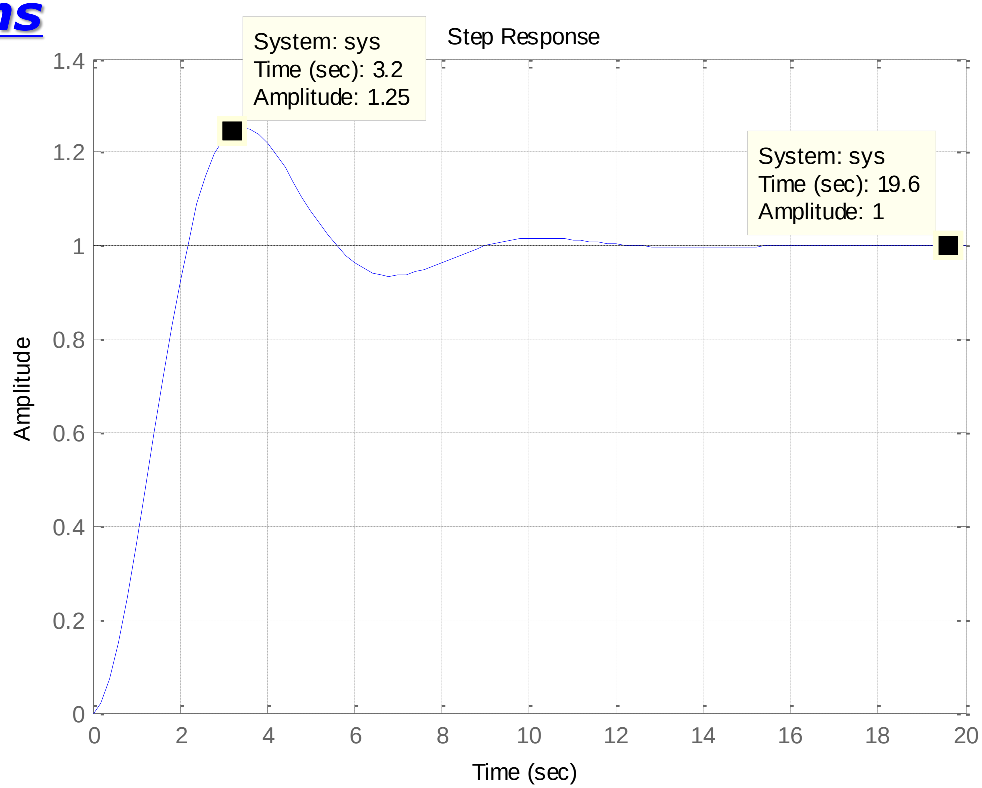
La fonction de transfert du système 2ème ordre est donc trouvée sous sa forme canonique.

$$H(s) = \frac{k w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــــة

3.5.3. *Identification d'un système de 2eme ordre à partir de ses spécifications*

Exemple1



Trouver la fonction de transfert du système de 2éme ordre dont la réponse est donnée ci dessus

جد دالة الانتقال للنظام ذو الدرجة الثانية المبينة استجابته على الصورة أعلاه

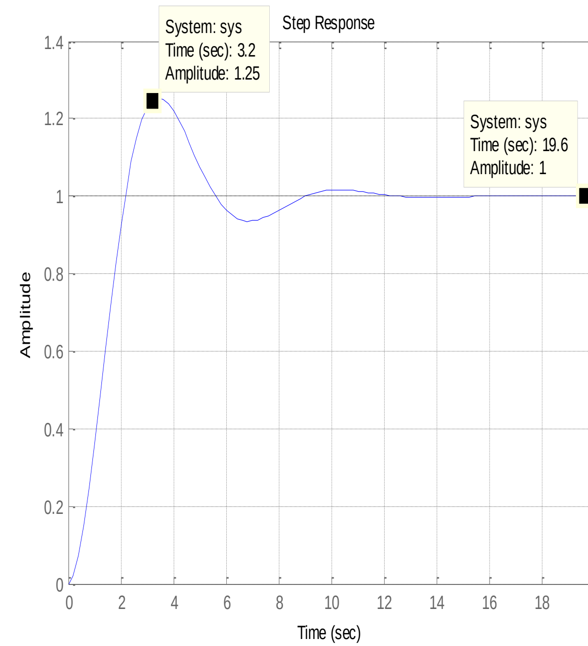
3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.3. Identification d'un système de 2eme ordre à partir de ses spécifications

Exemple1

la fonction de transfert du système 2eme ordre est de la forme

$$F(s) = \frac{k w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$



1:/ $y(\infty) = 1 \Rightarrow k = 1$

2/ : $M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} = \frac{1.25 - 1}{1} = 0.25$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{|\ln(0.25)|}{\sqrt{\pi^2 + \ln(0.25)^2}} = \mathbf{0.4037;}$$

3/ : tp=3.2

$$\Rightarrow w_n = \frac{\pi}{3.2\sqrt{1 - (0.4037)^2}} = \mathbf{1.0731}$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{\mathbf{1.15}}{s^2 + \mathbf{0.8664}s + \mathbf{1.15}}$$

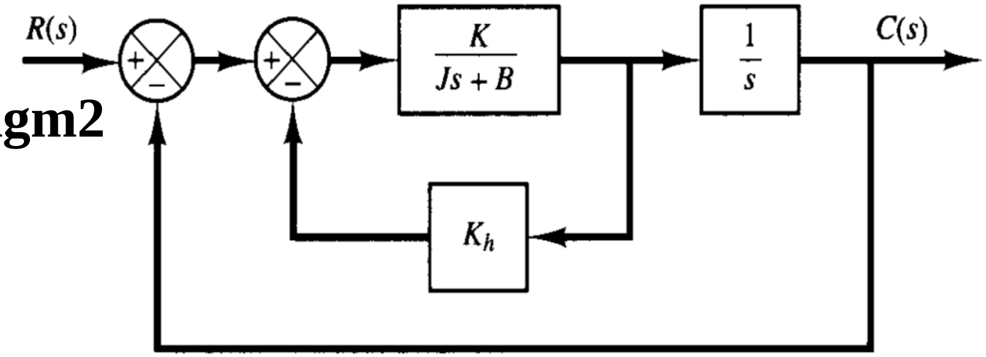
3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.4. Identification de paramètres d'un système de 2eme ordre à partir de spécifications désirées

Exemple2

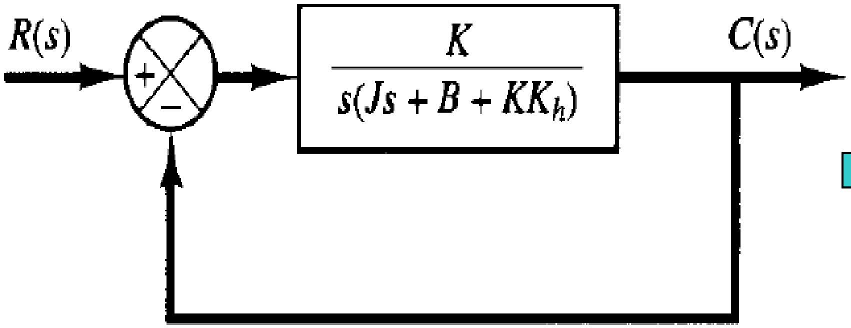
Soit le système ci contre, avec J=1Kgm2

$B = 1$ N-m/rad/sec



Calculer les gains K et Kh, pour avoir : un dépassement Mp=.2 et un temps de pic tp=1.

Solution : Première chose à faire est de simplifier le système



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + (B + KK_h)s + K}$$

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــة

3.5.4. Identification de paramètres d'un système de 2eme ordre à partir de spécifications désirées

Exemple2

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + (B + KK_h)s + K} \Leftrightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{kw_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

On z K et Kh peuvent être calculés en fonction de ζ et w_n et

ζ et w_n se calculent à partir du dépassement Mp=0.2 et le temps de pic tp=1s

On a : $M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \Rightarrow \zeta = \dfrac{|\ln(M_p)|}{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p)^2}} = \dfrac{|\ln(0.2)|}{\sqrt{\pi^2 + \ln(0.2)^2}}$ $\boxed{\zeta = 0.4559}$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \Rightarrow w_n = \frac{\pi}{t_p\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{1\sqrt{1-(0.4559)^2}} \quad \boxed{\Rightarrow w_n = 3.5299}$$

3.5 Système de 2ème ordre الأنظمـــة من الدرجة الثانيـــــة

3.5.4. Identification de paramètres d'un système de 2eme ordre à partir de spécifications désirées

Exemple2

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + (B + KK_h)s + K} \Leftrightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{kw_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

Par identification on trouve $\zeta = \dfrac{B + Kk_h}{2\sqrt{KJ}}$ **et** $w_n = \sqrt{K/J}$

$$\begin{cases} K = Jw_n^2 = w_n^2 = 12.5 N.m \\ K_h = \dfrac{2\sqrt{KJ}\zeta - B}{K} = \dfrac{2\sqrt{K}\zeta - 1}{K} = 0.178 \sec \end{cases}$$

3.6 Système d'ordre supérieur à 2|2< الأنظمـــة من الدرجات العليا

$$H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{b_m s^m+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+\cdots+a_1 s+a_0}$$ avec $m<n$ et $n>2$

Factorisation de la fonction de transfert

$$H(s)=\frac{K}{s^\alpha}\frac{\prod_k(1+T_k s)^{\gamma_k}\prod_l(s^2+2\xi_l\omega_{n,l}s+\omega_{n,l}^2)^{\gamma_l}}{\prod_i(1+T_i s)^{\beta_i}\prod_j(s^2+2\xi_j\omega_{n,j}s+\omega_{n,j}^2)^{\beta_j}}$$

On peut factoriser la fonction de transfert sous la forme d'éléments de base du premier ou du second ordre

Décomposition en éléments simples

$$H(s)=\sum_i H_i(s)$$

$H_i(s)$: fonction de transfert de systèmes du 1er ordre ou du 2e ordre

$$y(t)=\sum_i y_i(t)$$

avec $y_i(t)$ la réponse au signal d'entrée du système de fonction de transfert $H_i(s)$

3.6 Système d'ordre supérieur à 2|2< الأنظمـــة من الدرجات العليا

Exemple

Trouver la réponse indicielle du système suivant :

$$H(s)=\frac{1+3s}{s^3+9s^2+23s+15}$$

$$H(s)=\frac{1+3s}{(s+1)(s+3)(s+5)} \Rightarrow \text{Pôles : } \lambda_1=-1,\ \lambda_2=-3,\ \lambda_3=-5,$$

$$H(s)=\frac{A}{(s+1)}+\frac{B}{(s+3)}+\frac{C}{(s+5)} \quad \text{avec} \quad A=\frac{1}{4}, B=1, C=-\frac{5}{4}$$

Réponse indicielle

$$Y(s)=U(s)H(s)=\frac{1}{s}H(s) \Rightarrow Y(s)=\frac{A}{s(s+1)}+\frac{B}{s(s+3)}+\frac{C}{s(s+5)}$$

$$\Rightarrow y(t)=A(1-e^{-t})+\frac{B}{3}(1-e^{-3t})+\frac{C}{5}(1-e^{-5t})$$

3.6 Système d'ordre supérieur à 2|2< الأنظمـــة من الدرجات العليا

3.6.1 Notion de pôles dominants « dominant pole القطب المسيطر »

Traçons la réponse indicielle du système de fonction de transfert :

$$H(s)=\frac{5}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$ avec $T_1=1$ et $T_2=5$.

Les pôles sont : $\lambda_1=-\frac{1}{T_1}$, $\lambda_2=-\frac{1}{T_2}$

Décomposition de la fonction de transfert : $H(s)=H_2(s)-H_1(s)$

avec $H_2(s)=\frac{25}{4}\frac{1}{(1+T_2 s)}$ et $H_1(s)=\frac{5}{4}\frac{1}{(1+T_1 s)}$

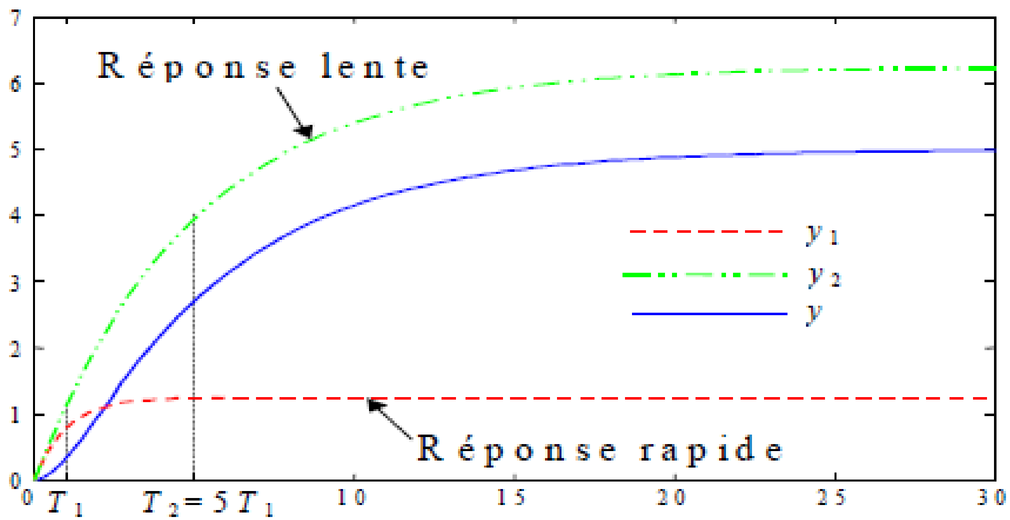
Réponse indicielle

$$y(t)=y_2(t)-y_1(t)=\frac{25}{4}\left(1-e^{-\frac{t}{T_2}}\right)-\frac{5}{4}\left(1-e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

$$y(t)=\frac{25}{4}\left(1-e^{\lambda_2 t}\right)-\frac{5}{4}\left(1-e^{\lambda_1 t}\right)$$

3.6 Système d'ordre supérieur à 2|2< الأنظمـــة من الدرجات العليا

3.6.1 Notion de pôles dominants « dominant pole القطب المسيطر »



Réponse indicielle

Au bout de $5T_1$, la réponse y_1 tend vers sa valeur finale $y_{1\infty}$. La sortie y du système n'évolue que sous l'influence de y_2.

Le sous-système H_2 (son pôle est λ_2 =$-1/T_2$) impose le régime transitoir du système. On dit que le pôle λ_2 est dominant par rapport à λ_1.

Le système du 2^e ordre a une réponse temporelle similaire à celle d'un système du 1^{er} ordre de constante de temps T_2.

3.6 Système d'ordre supérieur à 2|2< الأنظمـــة من الدرجات العليا

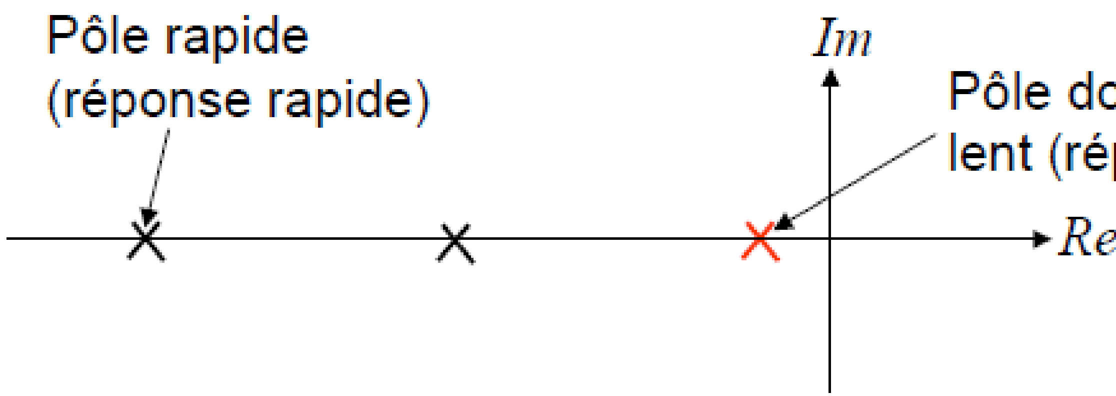
3.6.1 Notion de pôles dominants « dominant pole القطب المسيطر »

Définition

Soient $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$ les pôles d'un système stable. Le pôle λ_i ou la paire de pôles (λ_i, λ_i^*) est dit dominant par rapport au pôle λ_j si :

$$|\mathrm{Re}(\lambda_i)| << |\mathrm{Re}(\lambda_j)| \quad j \neq i$$

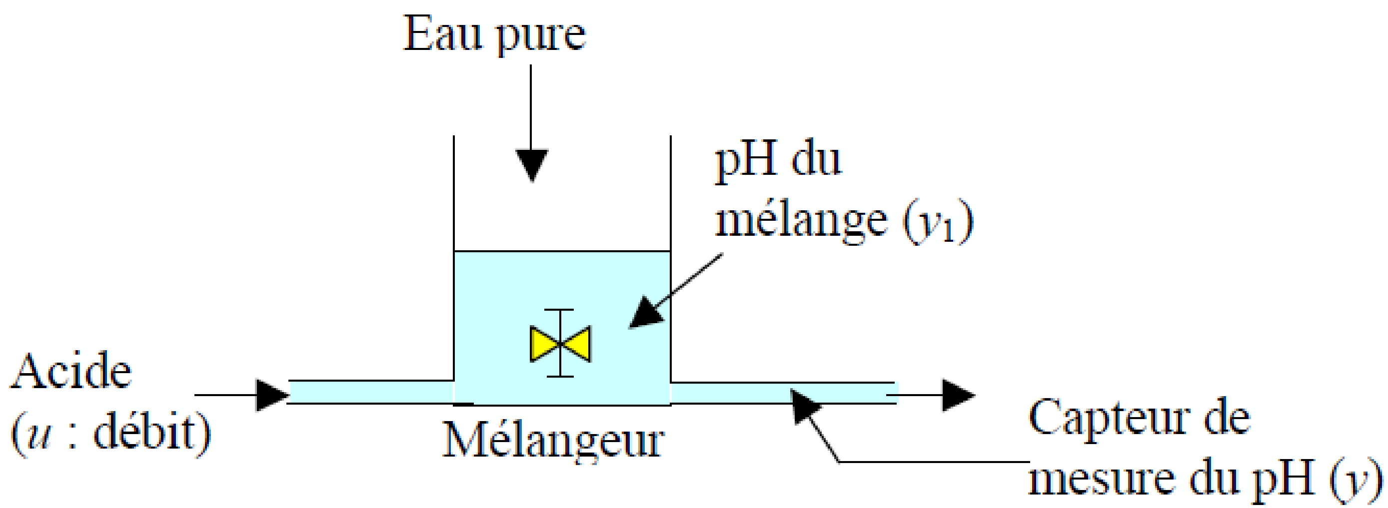
En pratique, λ_i est dominant par rapport à λ_j si $|\mathrm{Re}(\lambda_i)| < 5 \times |\mathrm{Re}(\lambda_j)|$



Les pôles dominants correspondent soit à une constante de temps élevée (réponse lente), soit à un amortissement faible (réponse très oscillatoire). Ils sont donc situés près de l'axe des imaginaires

3.7 Systèmes à retard ‘system delays ’ الأنظمـــة المتأخرة

3.7.1 Origine du retard : exemple



Le pH mesuré y, représente le pH y_1 réalisé plus tôt : $y(t) = y_1(t - T_r)$
Le retard T_r est dû au transport du fluide de la cuve au point de mesure

$$y(t) = y_1(t - T_r)$$

$$\Downarrow$$

$$Y(s) = e^{-T_r s} Y_1(s) \quad \Rightarrow$$

Fonction de transfert

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y_1(s)}{U(s)} \frac{Y(s)}{Y_1(s)}$$

$$H(s) = e^{-T_r s} H_1(s)$$

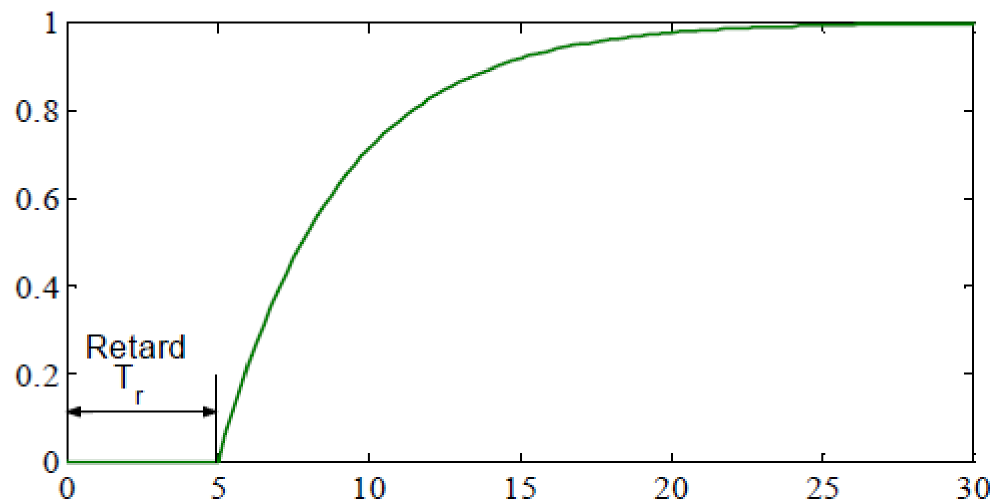
3.7 Systèmes à retard 'system delays ' الأنظمـــة المتأخرة

3.7.2 Illustration du retard :

Fonction de transfert $H(s) = e^{-T_r s} H_1(s)$ avec $H_1(s) \dfrac{1}{1+Ts}$

La réponse indicielle est

$$y(t) = y_1(t - T_r) = \left(1 - e^{-\frac{(t-T_r)}{T}}\right)$$



3.7 Systèmes à retard ‘system delays ’ الأنظمـــة المتأخرة

3.7.3 Définition

Le retard correspond au temps qui s'écoule entre la variation de l'entrée et la répercussion de cette variation sur la sortie.

Retard pur

Un système réduit à un retard pur retarde l'entrée d'une durée de T_r.

$$y(t) = u(t - T_r) \quad \Leftrightarrow \quad Y(s) = e^{-T_r s} U(s)$$

Approximation de $e^{-T_r s}$

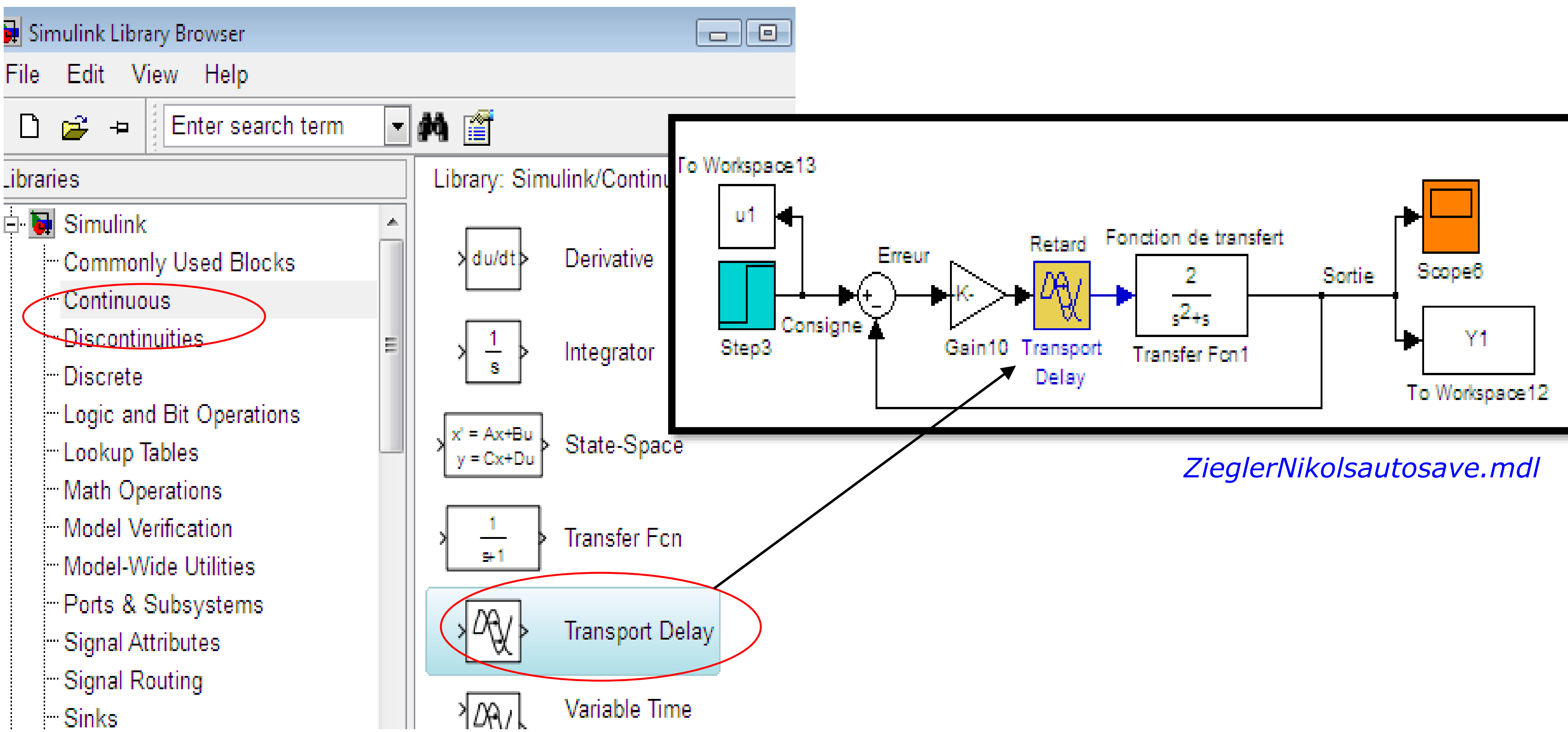
- Si le retard T_r est très petit, on peut faire les approximations :

$$e^{-T_r s} \approx 1 - sT_r \quad \text{ou} \quad e^{-T_r s} = \frac{1}{1 + sT_r}$$

- Approximation simplifiée de Padé $e^{-T_r s} \approx \dfrac{1 - T_r s/2}{1 + T_r s/2}$

3.7 Systèmes à retard ‘system delays ’ الأنظمـــة المتأخرة

3.7.4 Introduction d’un retard dans simulink (delay time)



ZieglerNikolsautosave.mdl

Remarque : Le retard pourrait déstabiliser un système