Cours :

Systèmes asservis linéaires et continus

أنظـــمة التحكم المستمرة و الخطية

Partie 04

د. دليـــلة جـــــــودي

daliladjoudi@gmail.com

موجه للسنـــة الثانية ليسانس أوتوماتيك

2019/2020

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وخصائص آدائها الديناميكية

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.1 Stabilité d'un système asservi استقرار أنظمة التحكــم

4.1.1 Définitions de stabilité

Définition 1

Un système est stable si et seulement si écarté de sa position d'équilibre (point ou trajectoire), il tend à y revenir.
Une faible perturbation des conditions initiales du système engendre une faible perturbation de sa trajectoire

يكون النظام مستقرا اذا عادت استجابته لوضع التوازن نقطة كان او مسارا كلما تم ابعاده عنه, أي تشويش على شروط النظام الابتدائية يؤدي الى تشويش على المسار.

Définition 2:

BIBO stability (Bounded Input Bounded Outpt) :

Un système est stable si l'application d'un signal d'entrée borné produit un signal de sortie borné

يكون أي نظام مستقرا اذا كانت استجابته لأي اشارة مدخل محدودة محدودة.

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.1 Stabilité d'un système asservi استقرار أنظمة التحكـم

4.1.1 Définitions de stabilité

Définition 3:

un système est stable si sa réponse impulsionnelle tend vers zéro quand le temps tend vers l'infini

يكون أي نظام مستقرا اذا كانت استجابته النبضية تؤول الى الصفر عندما يؤول الزمن الى مالا نهاية

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.1 Stabilité d'un système asservi استقرار أنظمة التحكــم

4.1.2 Critère de stabilité avec la fonction de transfert

Si $G(s)$ est la FT en BO, en Bf la FT est

$$F(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

L'équation caractéristique est donc

$$D(s)=1+G(s)H(s)=0$$

Théorème de stabilité **Le système est dit stable en BF si et seulement si tous les pôles de la fonction de transfert F(s) ou bien toutes les racines de l'équation caractéristique D(s) sont à parties réelles strictement négatives. c'est-à-dire que les pôles sont dans le demi plan gauche du plan s**

يكون أي نظام مستقرا اذا كانت كل أقطاب دالة الانتقال خاصته F(s) أو جذور المعادلة المميزة D(s) ذات جزء حقيقي سالب تماما أي أن تقع كل جذوره في النصف الأيسر من المستوي المركب S.

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.1 Stabilité d'un système asservi استقرار أنظمة التحكـــم

4.1.3 Critère de stabilité dans l'espace d'état

Un système LTI représenté par l'espace d'état : $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$

est asymptotiquement stable si et seulement si les valeurs propres de la matrice d'état A sont à parties réelles strictement négatives.

يكون النظام المكتوب في فضاء الحالة مستقرا مماسيا اذا كان الجزء الحقيقي لكل القيم الذاتية لمصفوفة الحالة A سالبا تماما.

Calcul des valeurs propres dans matlab

```
>> A=[1 2;3 4]

A =
        1       2

        3       4
```

```
>> Vp=eig(A)

Vp =
    -0.3723

     5.3723
```

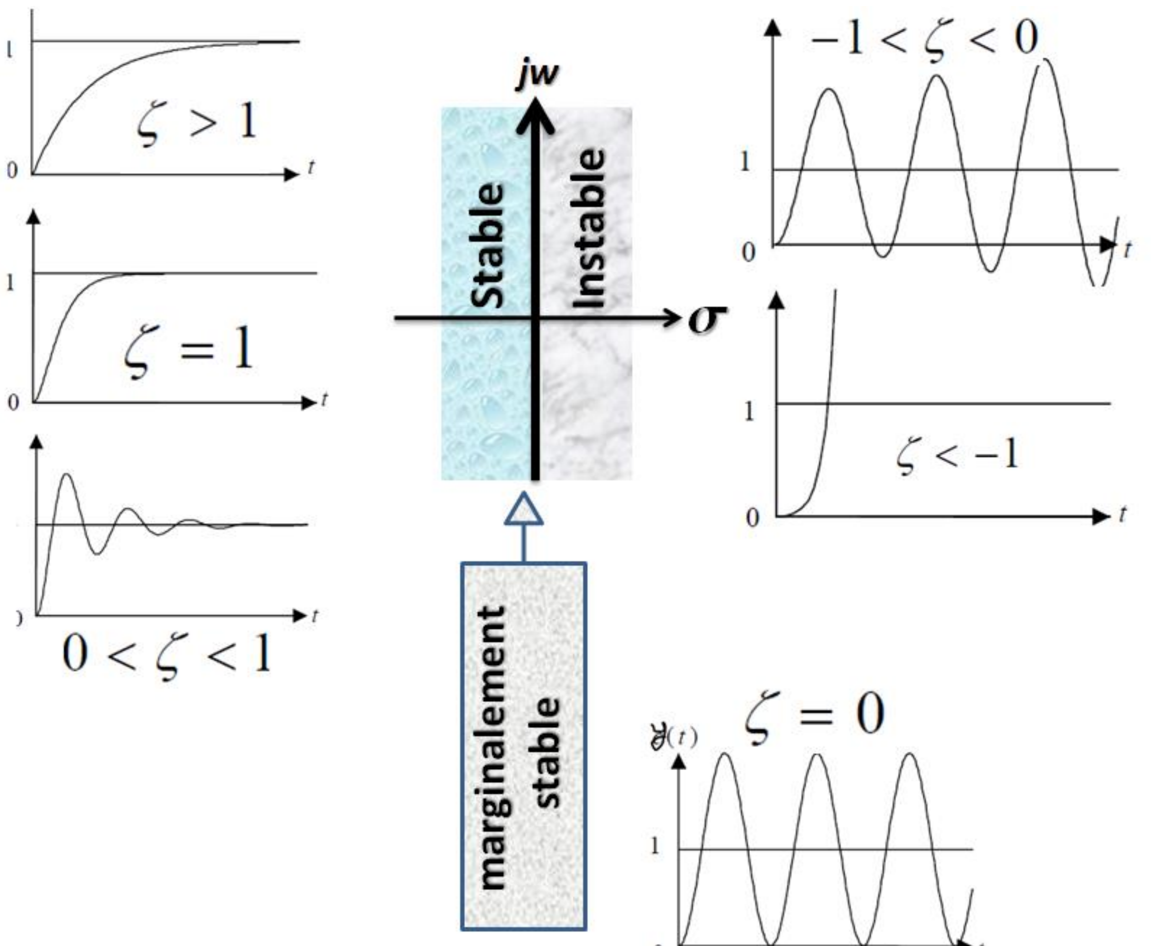
Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.1 Stabilité d'un système asservi استقرار أنظمة التحكـم

4.1.3 Placement des pôles dans le plan-s, stabilité et réponse indicielle 2ème ordre



Chapitre 4

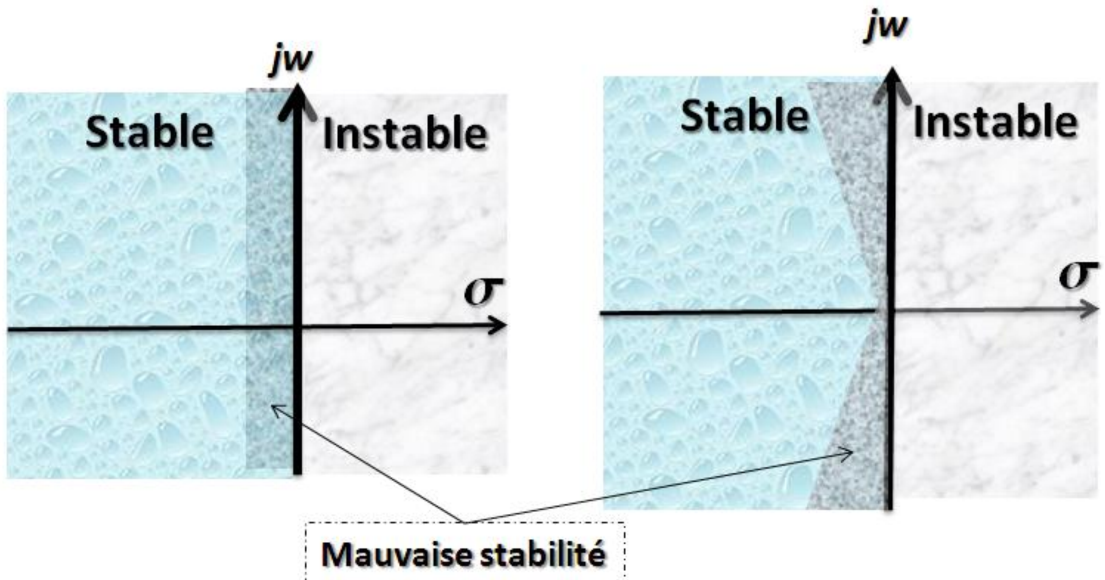
Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكم

La notion de stabilité qu'on a défini jusqu'à maintenant est la stabilité absolue, condition nécessaire de bon fonctionnement mais non suffisante.

- **Si le pôle $S<0$ est réel négatif mais $|S|$ est petite ➔ mauvaise convergence.**
- **Si le pôle $S=\sigma+j\omega$ avec $\sigma<0$ et $|\omega|$ faible ➔ *oscillations très mal amorties***



Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكم

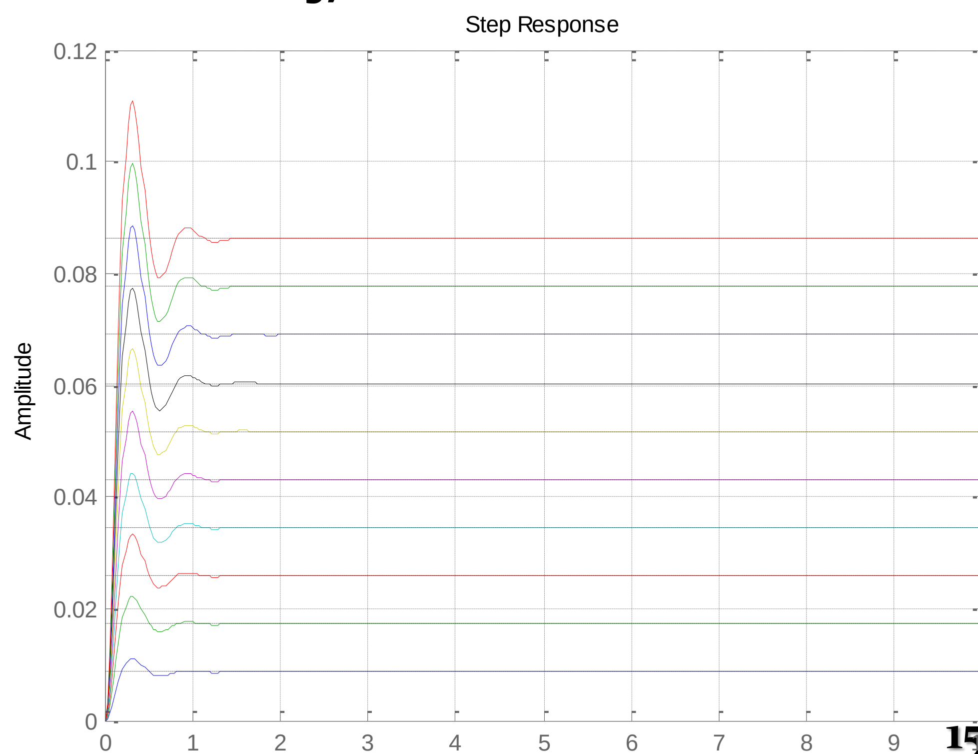
4.2.1 Illustration sur matlab

a. Effet de changement de gain

On simule une fonction de transfert en changeant son gain statique K. Les pôles sont s1=-4-10*j, s2=-4+10*j, et sont stables

$$F(s) = \frac{K}{s^2 + 8s + 116}$$

On remarque que la gain n'affecte que la valeur finale càd l'erreur statique les autres performances sont inchangées



Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكــم

4.2.1 Illustration sur matlab

b. Effet de la valeur absolue des pôles réelles stables

On prend une fonction de transfert avec un pôle double s=-□, la fonction de transfert est donc

$$F(s)=\frac{K}{(s+\sigma)(s+\sigma)}=\frac{K}{s^2+2\sigma s+\sigma^2}$$

On simule la réponse indicielle pour voir l'influence de la valeur absolue du pôle réelle stable sur la réponse.

On prend □=0.1:0.2:2

Pour homogénéiser la tracés on change le gain statique pour qu'il soit égale à 1 à chaque fois en prenant $K=1/\sigma^2$

K=10, 3.3, 2, 1.4, 1.1, 0.9, 0.77, 0.67, 0.5882 , 0.53.

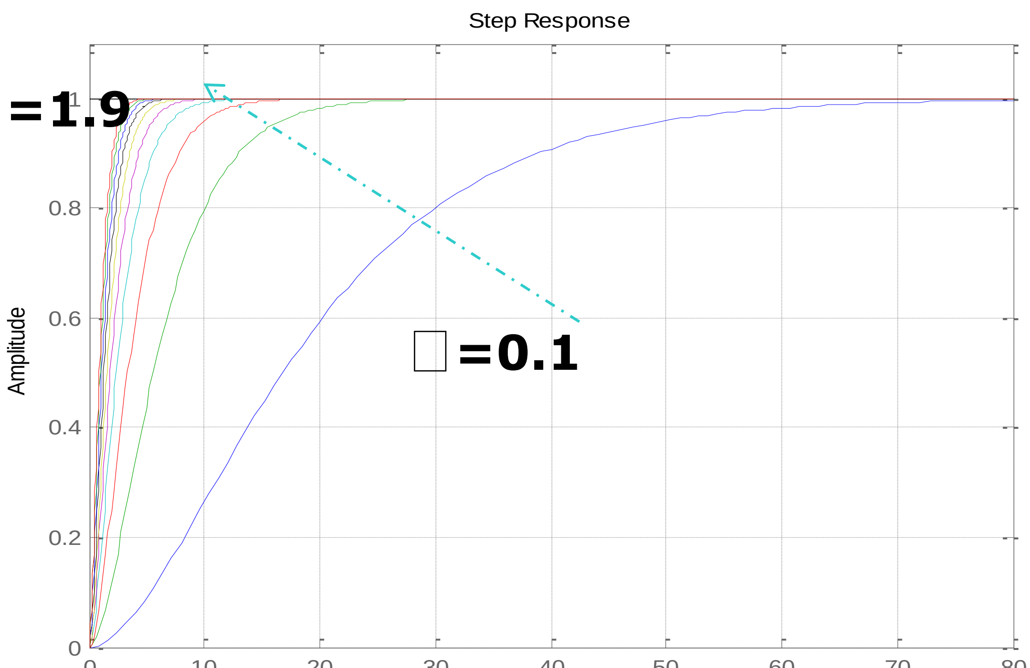
4.2 Stabilité relative — الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكــم

4.2.1 Illustration sur matlab

b. Effet de la valeur absolue des pôles réelles stables

$$F(s)=\frac{K}{(s+\sigma)(s+\sigma)}=\frac{K}{s^2+2\sigma s+\sigma^2}$$

□=0.1:0.2:2 $K=1/\sigma^2$



- ✓**La réponse est plus rapide quand □ est plus grand.**
- ✓**système toujours stable mais réponse différente**

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكــم

4.2.1 Illustration sur matlab

c. Effet de la valeur absolue de la partie réelle des pôles imaginaires stables

On prend une fonction de transfert dont les pôles sont
s1=-σ-10*j, s2=- σ +10*j

Ils sont stables, la fonction de transfert est donc

$$F(s)=\frac{K}{(s-(\sigma-10j))(s-(\sigma+10j))}=\frac{K}{s^2+2\sigma s+\sigma^2+100}$$

On simule la réponse indicielle pour voir l’influence de la partie réelle du pôle sur la réponse.
σ =0.1, 1.1, 2.1, 3.1, 4.1,

$$K=\frac{1}{\sigma^2+100}$$

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكــم

4.2.1 Illustration sur matlab

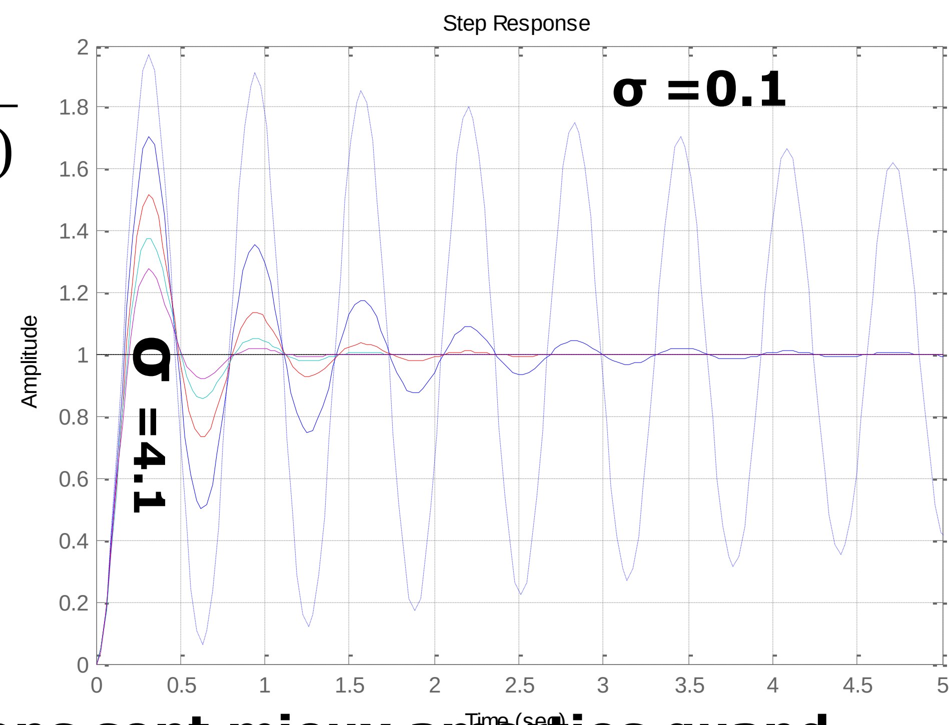
c. Effet de la valeur absolue de la partie réelle des pôles imaginaires stables

$$F(s)=\frac{K}{(s-(\sigma-10j))(s-(\sigma+10j))}$$

$$=\frac{K}{s^2+2\sigma s+\sigma^2+100}$$

σ =0.1, 1.1, 2.1, 3.1, 4.1.

$$K=\frac{1}{\sigma^2+100}$$



On remarque que les oscillations sont mieux amorties quand □ est plus grand

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكم

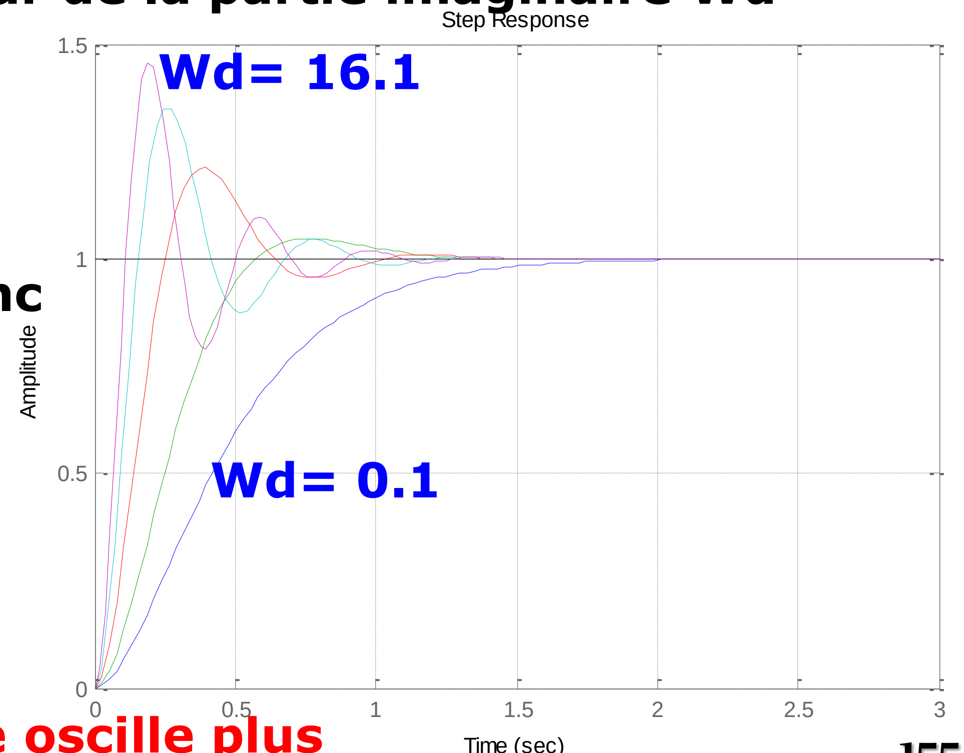
4.2.1 Illustration sur matlab

d. Effet de la valeur de la partie imaginaire Wd des pôles imaginaires stables

Cette fois-ci on change la valeur de la partie imaginaire Wd

s1=-4-Wd*j, s2=-4+Wd*j

Wd= 0.1, 4.1, 8.1,12.1, 16.1



la fonction de transfert est donc

$$F(s)=\frac{K}{s^2+8s+16^2+w_d^2}$$

$$\text{et } K=\frac{1}{16^2+w_d^2}$$

Pour Wn plus grand la réponse oscille plus

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.2 Stabilité relative الاستقرارالنسبي لأنظمة التحكــم

4.2.2 Marge de gain Mg et marge de phase

Pour évaluer si notre stabilité est bonne ou mauvaise on a recours aux notions des marge de gain et marge de phase dans le domaine fréquentielle

Si la condition de stabilité d'un système asservi s'écrit K>Kc gain critique ou P>Pc réglage critique, alors la marge de gain est définie par

$$\Delta G = \frac{K_C}{K} = \frac{P_C}{P}$$

C'est la valeur par laquelle on doit multiplier le gain d'un système asservi stable pour l'amener en situation critique ou de limite de stabilité. On associe à cette marge de gain une marge de phase définie en automatique fréquentielle.

4.3 Critère de stabilité de ”Routh“ معيارالاستقرار ل

Le critère de ROUTH est un critère qui nous permet de connaitre le nombre de pôles instables dans un système sans calculer les valeurs des pôles. Ce critère est aussi adapté aux systèmes à ordre élevé.

Soit la fonction de transfert d’un système d’ordre n quelconque :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

Le critère de ROUTH s’applique sur l’équation caractéristique du système càd

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

La procédure d'application du critère de ROUTH est la suivante

1. **On écrit l'équation caractéristique du système, les coefficients ai sont tous réels, on suppose que an est non nul pour ne pas avoir un pôle nul s=0**

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

2. **S'il y a un coefficient nul ou négatif dans la présence d'au moins d'un coefficient positif ceci signifie qu'on a des pôles imaginaires ou des ayant une partie réelle positive donc système instable on peut s'arréter ici si on s'intéresse uniquement à la stabilité absolue.**
3. ***Donc tous les coefficients doivent être positif est une condition nécessaire de stabilité.***
4. **Si tous les coefficients sont positifs on construit le tableau de ROUTH suivant**

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

Tableau de ROUTH

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	.	.	.
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	.	.	.
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	.	.	.
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	.	.	.
s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4	.	.	.
.	.	.					
.	.	.					
.	.	.					
s^2	e_1	e_2					
s^1	f_1						
s^0	g_1						

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

.
.
.

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$

$$c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$

.

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$

.

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

Tableau de ROUTH

On continue à construire le tableau jusqu'à avoir des zéros et puis on applique le critère de ROUTH suivant

Critère de stabilité de ROUTH

Toutes les racines de l'équation caractéristique ont leur parties réelles négatives si et seulement si les éléments de la première colonne de du tableau de ROUTH ont le même signe. Dans le cas contraire le nombre de racines à partie réelle positive est égal au nombre de changements de signes comptabilisés dans cette colonne

Remarque :

S'il y a besoin on peut multiplier la ligne d'un tableau par une constante ceci n'affecte pas le résultat

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

Exemples

Appliquons le critère de routh sur l'équation caractéristique suivante

$$a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0$$

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & a_0 & a_2 \\
s^2 & a_1 & a_3 \\
s^1 & \dfrac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & \\
s^0 & a_3 &
\end{array}$$

Pour que toutes les racines de l'équation caractéristique aient une partie réelle négative, il faut que le troisième coefficient de la première colonne soit positif càd dire

$$a_1 a_2 > a_0 a_3$$

4.3 Critère de stabilité de "Routh"   معيارالاستقرار ل

Exemples

Appliquons le critère de Routh sur l’équation caractéristique suivante

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 3 & 5 \\ s^3 & 2 & 4 & 0 \\ & & & \\ s^2 & 1 & 5 & \\ s^1 & -6 & & \\ s_0 & 5 & & \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 3 & 5 \\ s^3 & \cancel{2} & \cancel{4} & \cancel{0} \\ & 1 & 2 & 0 \\ s^2 & 1 & 5 & \\ s^1 & -3 & & \\ s^0 & 5 & & \end{array}$$

Division par 2

Le nombre de changement de signe dans la première colonne est 2 donc on a deux pôles instables et le système est donc instable

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

Cas particulier

Si on trouve un coefficient nul dans la première colonne à condition que les valeurs du reste de la ligne ne sont pas null on le remplace par une valeur positive très petite □ et continue le travail normalement.

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

s^3	1	1
s^2	2	2
s^1	$0 \approx \epsilon$	
s^0	2	

Si les coefficients de la première colonne just en dessus et en dessous du zéro ont un signe identique càd on a deux pôles imaginaire s=□j , et si ils sont différents càd qu'on un seul changement de signe et donc deux pôles instables voir un exemple :

Stabilité et performances dynamiques d’un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

Cas particulier

$$s^3 - 3s + 2 = (s-1)^2(s+2) = 0$$

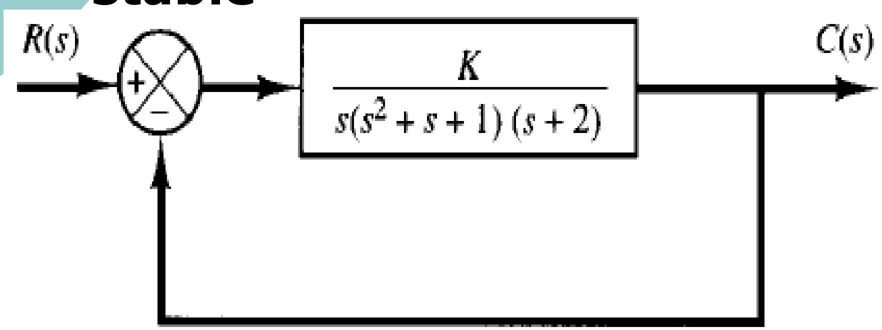
$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & -3 \\ s^2 & 0 \approx \epsilon & 2 \\ s^1 & -3 - \dfrac{2}{\epsilon} & \\ s^0 & 2 & \end{array}$$

Cas où toute la colonne est nulle on utilise un polynôme auxiliaire (P235 ogata)

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

Application du critère de ROUTH dans l'analyse d'un système asservi

Déterminer les valeurs de K pour lesquelles le systèmes est stable



$$F(s) = \frac{K}{s(s^2+s+1)(s+2)+K}$$

L'équation caractéristique est

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc}
s^4 & 1 & 3 & K \\
s^3 & 3 & 2 & 0 \\
s^2 & \frac{7}{3} & K & \\
s^1 & 2-\frac{9}{7}K & & \\
s^0 & K & &
\end{array}$$

4.3 Critère de stabilité de "Routh" معيارالاستقرار ل

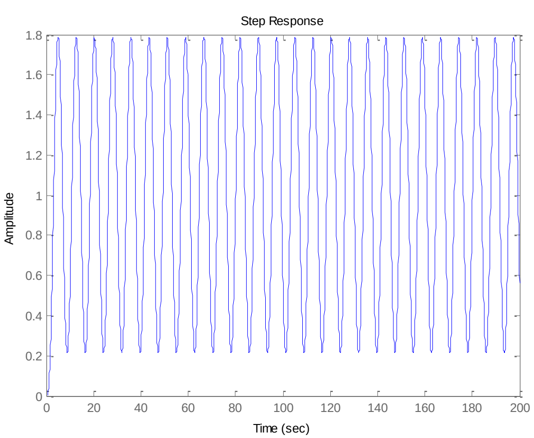
Application du critère de ROUTH dans l’analyse d’un système asservi

Pour avoir une stabilité il faut que tous les coefficients de la première colonne aient le même signe càd positif donc il faut que :

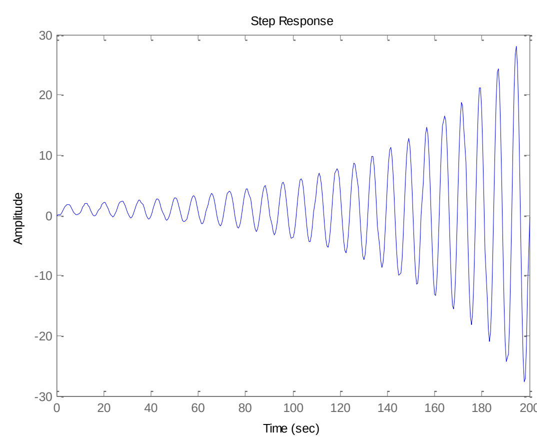
$$\begin{cases} K > 0 \\ et \\ 2 - \frac{9}{7}K > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{14}{9} > K > 0$$

Pour k=kc=14/9 le système est oscillatoire, K=Kc s’appelle le gain critique .

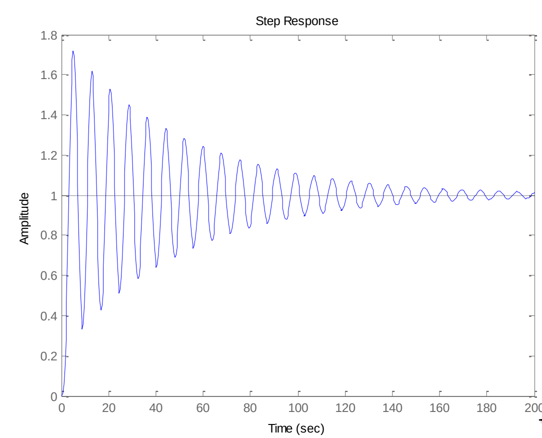
K=kc=14/9



K=15/9>Kc



K=13/9<Kc



Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

Les performances d'un système telles que la stabilité, la rapidité et la précision, peuvent être influencées par divers éléments du système asservi. On s'intéressera en particulier à

- **Le bouclage dans le système**
- **Le type ou bien la classe du système même dont :**
  - **l'incidence du gain de la FTBO**
  - **l'existence d'une intégration dans un système bouclé**

ان خصائص آداء النظام كالاستقرار و السرعة و الدقة يمكن أن تتأثر ببعض العوامل. والتي منها:

- غلق دارة التحكم بالنظام
- فئة النظام أو بالأحرى رتبته و نجد في ذلك
  - تأثير الكسب **K** في نظام الدارة المفتوحة
  - وجود مكامل قي نظام الدارة المغلقة

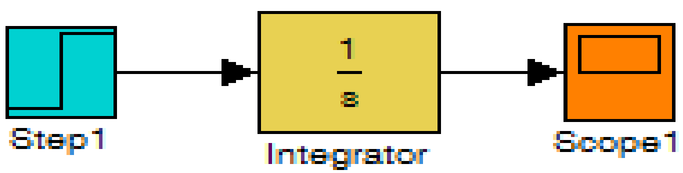
Chapitre 4

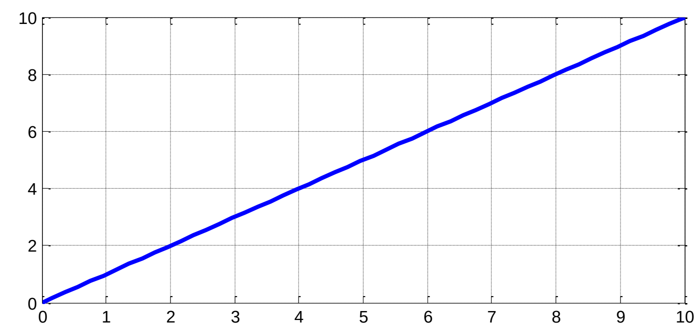
Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

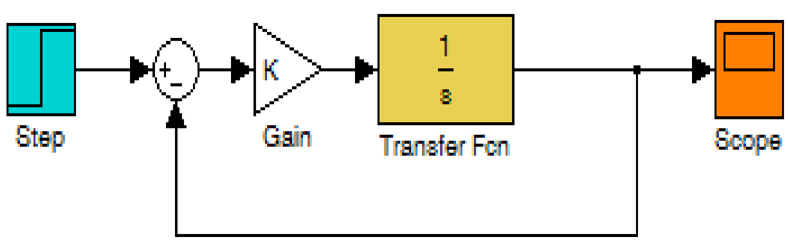
استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

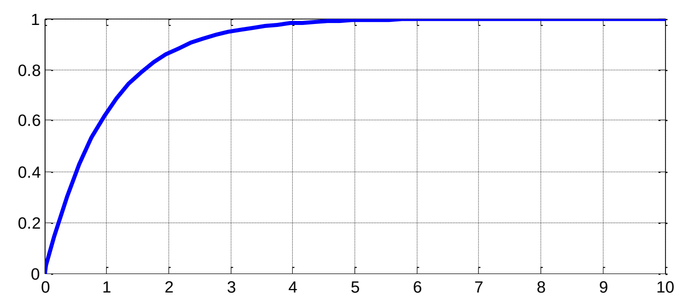
4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.3 Intérêt du bouclage فائدة غلق دارة التحكم









Un bouclage simple de l'intégrateur (instable) a permis de donner un système de 1er ordre stable

الغلق البسيط لدارة التحكم بمكامل والذي هو نظام غير مستقر تعطينا نظاما مستقرا من الدرة الأولى

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

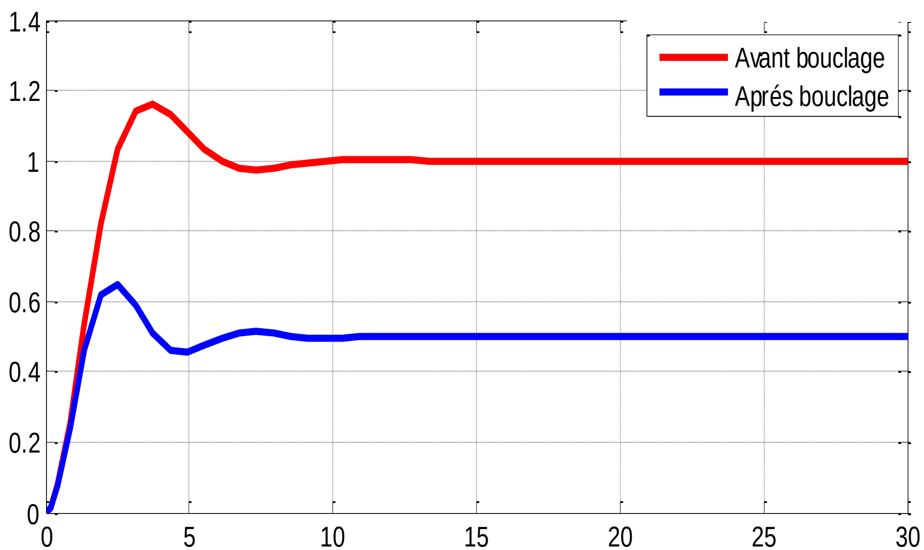
استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.3 Intérêt du bouclage فائدة غلق دارة التحكم

Bouclage d'un système de 2éme ordre

$$G(s)=\frac{1}{s^2+s+1}\Rightarrow F(s)=\frac{\frac{1}{s^2+s+1}}{1+\frac{1}{s^2+s+1}}=\frac{1}{s^2+s+2}$$



- **Après bouclage on est moins précis (erreur) et plus rapide.**
- **Le bouclage n'affecte pas l'ordre du système.**

- الغلق البسيط لدارة التحكم جعل النظام من الدرجة الثانية اقل دقة اذ كبرت قيمة الخطأ.
- غلق الدارة لا يغير درجة النظام

Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.4. Précision d'un système asservi دراسة دقــــة نظام التحكم

4.4.4.1.Classe d'un système تعريف فئة النظام :

Un système de classe 'c' est un système qui comporte 'c' intégrateurs et sa fonction de transfert en boucle ouverte FTBO est de la forme:

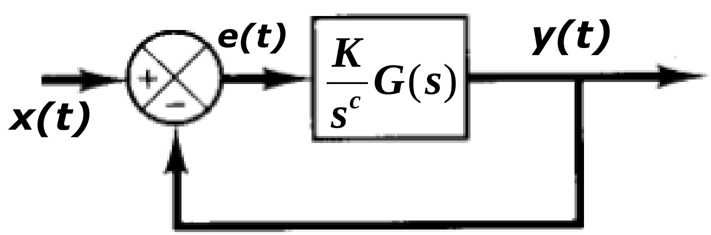
$$H(s)=\frac{K}{s^c}G(s)$$

avec

G(0)=1
K est le gain statique, الكسب الثابت
C est le nombre d'intégrateurs عدد المكاملات

النظام من الفئة "C" هو نظام يشمل مكاملات "Integrators" عددها "C" ودالة الانتقال خاصتها في حالة الدارة المفتوحة هي من شكل **H(s)** أعلاه

On va étudier la précision du système pour un système de classe c en boucle fermée سندرس تاليا دقة نظام تحكم بدارة مغلقة c لنظام من الفئة



Chapitre 4

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.4. Précision d'un système asservi دراسة دقـــة نظام التحكم

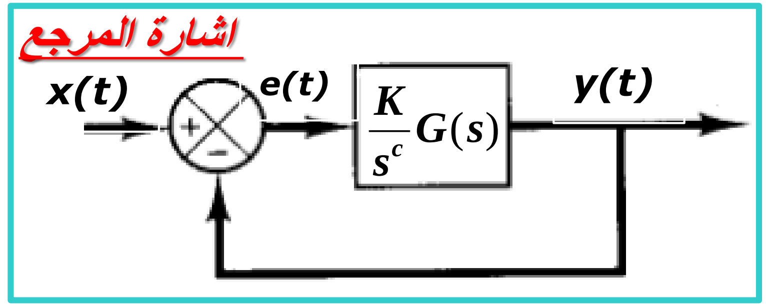
4.4.4.2. Ecarts en suivi de consigne الفارق في اتباع اشارة المرجع

a. Précision dynamique (erreur)

$$e(t) = x(t) - y(t) \quad \Rightarrow \quad E(s) = X(s) - Y(s)$$

$$\Rightarrow \quad E(s) = X(s) - \frac{K}{s^c} G(s)\, E(s)$$

$$\Rightarrow \boxed{E(s) = \frac{s^c}{s^c + KG(s)} X(s)}$$



Système de classe c avec G(0)=1.

b. Précision statique

$\varepsilon = \lim_{t\to\infty} e(t)$ avec le théorème de la valeur finale l'erreur statique est $\varepsilon = \lim_{s\to 0} sE(s)$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \lim_{s\to 0} s \frac{s^c}{s^c + KG(s)} X(s)}$$

✓*Erreur Influencée par*
- ✓ *La classe du système c*
- ✓ *La consigne X(s)*
- ✓ *Le gain K*

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.4. Précision d'un système asservi دراسة دقـــة نظام التحكم

4.4.4.2. Ecarts en suivi de consigne الفارق في اتباع اشارة المرجع

$$\varepsilon = \lim_{s \to 0} s \frac{s^c}{s^c + KG(s)} X(s)$$

: Précision statique en fonction des gains, classe et consigne

La consigne		La classe du système c			
$x(t)$	$X(s)$	0	1	2	≥3
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{1+K}$	0	0	0
$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$	∞	$\frac{1}{K}$	0	0
$\frac{t^2}{2}u(t)$	$\frac{1}{s^3}$	∞	∞	$\frac{1}{K}$	0

→ Ecarts en position

→ Ecarts en vitesse

→ Ecarts en accélération

$\frac{1}{1+K}, \frac{1}{K} \Rightarrow$ Sont les Coefficients d'erreurs ou les erreurs relatives ε_r

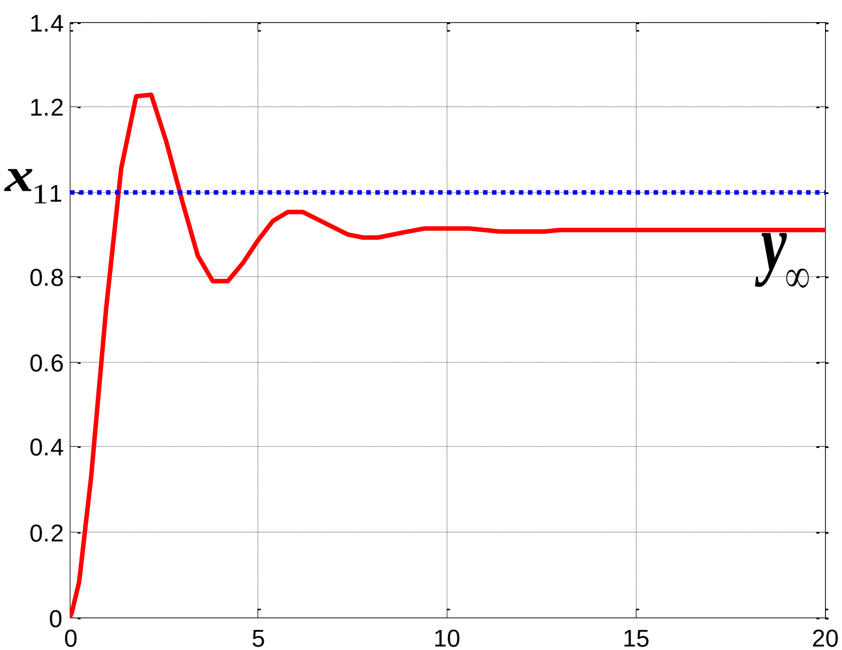
Pour avoir un écart en position nul, il faut avoir au moins un intégrateur

4.4 Elements d’influence sur les performances d’un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.4. Précision d’un système asservi دراسة دقـــة نظام النحكم

4.4.4.2. Ecarts en suivi de consigne الفارق في اتباع اشارة المرجع

- Calcul expérimental des coefficients d’erreurs (*les erreurs relatives* ε_r)



$\varepsilon = x_1 - y_\infty$

$$\boxed{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{x_1} = \frac{x_1 - y_\infty}{x_1}}$$

Stabilité et performances dynamiques d'un système asservi

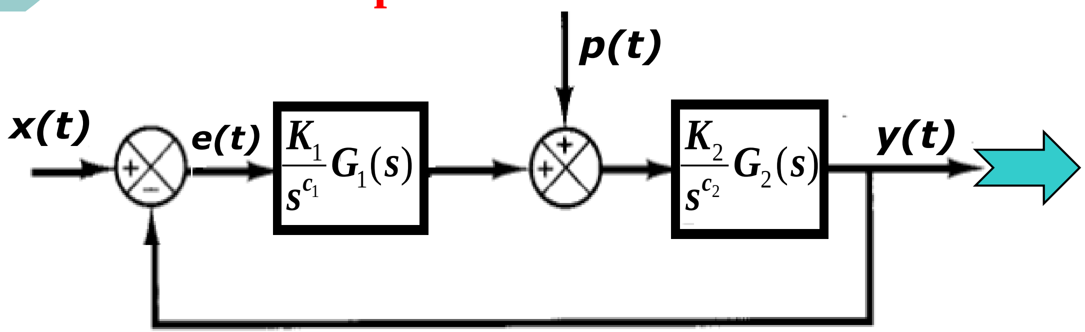
استقرار أنظمة التحكم وآداءاتها الديناميكية

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.4. Précision d'un système asservi دراسة دقـــة نظام التحكم

4.4.4.3. Ecarts dûs à une perturbation الفارق بسبب اشارة التشويش

Le modèle de perturbation



Fonctionnement en régulation

$$x(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad e(t) = -y(t)$$

$$\Rightarrow E(s) = -\frac{\frac{K_2}{s^{c_2}} G_2(s)}{1 + \frac{K_1 + K_2}{s^{c_1+c_2}} G_1(s) G_2(s)} P(s)$$

$$\boxed{\Rightarrow \varepsilon = \lim_{s \to 0} \left[s \frac{-s^{c_1} K_2}{s^{c_1+c_2} + K_1 K_2} P(s) \right]}$$

- ✓ *Classes du système c1 et c2*
- ✓ *La perturbation P(s)*
- ✓ *Les gain K1 K2*

4.4 Elements d'influence sur les performances d'un système asservi. العناصر المؤثرة في خصائص آداء النظام

4.4.4. Précision d'un système asservi دراسة دقـــة نظام التحكم

4.4.4.3. Ecarts dûs à une perturbation الفارق بسبب اشارة التشويش

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0}\left[s\frac{-s^{c_1}K_2}{s^{c_1+c_2}+K_1K_2}P(s)\right]$$

Perturbation			La classe du système 1, c_1			
$p(t)$	$P(s)$		0	1	2	≥3
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$c_2=0$	$\frac{-K_2}{1+K_1K_2}$	0	0	0
		$c_2=1$	$-\frac{1}{K_1}$	0	0	0
$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$	$\forall c_2$	∞	$-\frac{1}{K_1}$	0	0
$\frac{t^2}{2}u(t)$	$\frac{1}{s^3}$	$\forall c_2$	∞	∞	$-\frac{1}{K_1}$	0

Pour avoir un écart nul en position, au moins un intégrateur doit être placé en amant du point d'application de la perturbation