جامعة زيان عاشور-الجلفة
كلــــــية العلــــوم الدقيقة والإعلام الالي
قسم: الفيزياء — مدة الامتحان: ساعة ونصف
ليسانس (السداسي الخامس): فيزياء المواد – فيزياء أساسية – فيزياء طاقوية — 2023/01/26

Corrigé type de l'Epreuve de Physique Statistique

Question 1:

1) La probabilité de l'événement "la pièce est mise sur le marché".

On a : $< M > = 100\ g, \quad \sigma = 1$

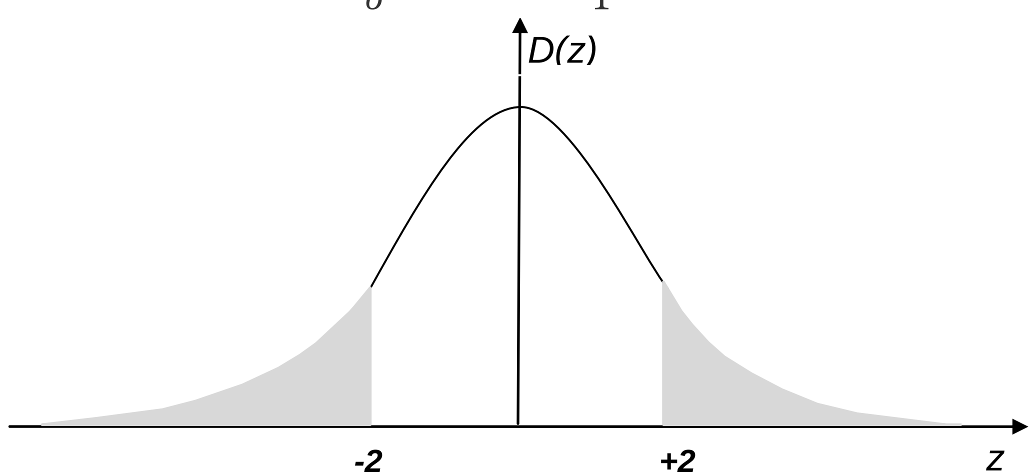
$P(\text{“la pièce est mise sur le marché”}) = P(98 < M < 102)$

On utilise la loi normale centrée réduite avec le changement de variable suivant

$$Z = \frac{M - < M >}{\sigma}$$

$$Z_1 = \frac{M_1 - < M >}{\sigma} = \frac{98 - 100}{1} = -2$$

$$Z_2 = \frac{M_2 - < M >}{\sigma} = \frac{102 - 100}{1} = +2$$



$$P(98 < M < 102) = P(-2 < Z < +2) = 1 - P(Z < -2) - P(Z > +2)$$

$$= 1 - 2P(Z > +2) \quad \text{car} \quad P(Z < -2) = P(Z > +2)$$

$$= 1 - 2\{1 - P(Z < +2)\} = 1 - 2 + 2P(Z < +2)$$

On utilisant la table de la loi normale centrée réduite, on trouve

$$P(Z < +2) = 0{,}9772$$

Donc $P\big(98 < M < 102\big) = P\big(-2 < Z < +2\big) = -1 + 2(0{,}9772) = 0{,}9544$

Alors $\boxed{\boldsymbol{P(98 < M < 102) = 0{,}9544}}$

La probabilité de l'événement "la pièce est mise sur le marché" est $\mathbf{0{,}9544}$.

2) la valeur de σ pour que la probabilité de l'événement "la pièce est mise sur le marché" soit égale à 0,97.

La probabilité de l'événement "la pièce est mise sur le marché" est 0.97

$$P(98 < M < 102) = P(Z_1 < Z < Z_2) = 0.97$$

98 et 102 sont symétriques % à la valeur moyenne $M = 100$ (loi normale)

$Z_1\ et\ Z_2$ Seront symétriques % à la valeur moyenne $Z = 0$ (loi normale centrée réduite), d'où $Z_1 = -Z_2$

$$P(Z_1 < Z < Z_2) = P(-Z_2 < Z < Z_2) = 1 - P(Z < -Z_2) - P(Z > +Z_2)$$

$$= 1 - 2P(Z > +Z_2) = 1 - 2\{1 - P(Z < Z_2)\}$$

$$= 1 + 2P(Z < Z_2) = 0.97$$

$$\Rightarrow \quad P(Z < Z_2) = 0{,}985$$

On utilisant la table de la loi normale centrée réduite, la valeur Z_2 correspondante a cette surface est :

$$Z_2 = 2{,}17$$

Et d'après la formule de changement de variable $Z = \frac{M - <M>}{\sigma}$

$$Z_2 = \frac{102 - 100}{\sigma} = \frac{2}{\sigma} = 2{,}17 \quad \Rightarrow \quad \sigma = 0.92$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma = 0.92}}$$

<u>Question 3</u>:

La formule barométrique décrivant la variation de la densité de l'atmosphère avec l'altitude.

Selon la distribution de Boltzmann la concentration à l'altitude *z* est *:*

$$n(z) = n(z_0)e^{-[E_p(z)-E_p(z_0)]/kT}$$

L'énergie potentielle d'une molécule de masse *m* dans le champ de la pesanteur de la terre est

$$E_p(z) = mgz$$

Si on prend $z_0 = 0$ au niveau de la mer, alors la formule barométrique est :

$$\boxed{\boldsymbol{n(z) = n(0)e^{-mgz/kT}}} \qquad (2.\ 1)$$

La pression à l'altitude z.

Si on considère que l'atmosphère est un gaz parfait, et à température constante l'équation d'état est :

$$pV = NRT \qquad \text{à l'altitude } z; \qquad p(z)V = N(z)RT$$

Avec $N(z)$ représente le nombre de moles à l'altitude *z*

et $$R = N_A k \quad d'ou \quad p(z)V = N(z)N_A kT$$

$N(z)N_A$ *est le nombre de molécules* à *l'altitude z*, ce qui nous donne

$$p(z) = \frac{N(z)N_A}{V}kT \quad , \quad avec \ \frac{N(z)N_A}{V} \ est\ la\ concentration \text{ à } l'altitude\ z$$

$$alors \quad p(z) = n(z)kT \qquad \Rightarrow \qquad n(z) = \frac{p(z)}{kT}$$

De l'éq. (2. 1)

$$\frac{p(z)}{kT} = \frac{p(0)}{kT} e^{-mgz/kT} \quad \Rightarrow \quad p(z) = p(0)e^{-mgz/kT} = p(0)e^{-mN_A gz/RT}$$

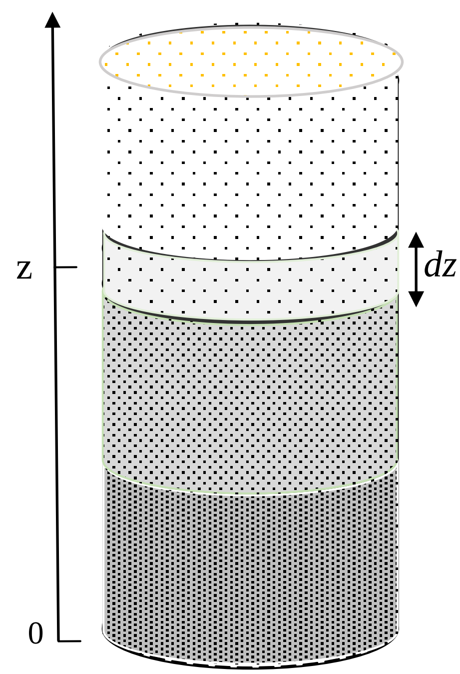
$$mN_A = \mu$$

Alors

$$\boxed{\boldsymbol{p(z) = p_0 e^{-\mu gz/RT}}}$$

Puisque l'atmosphère est un mélange de $\boldsymbol{O_2}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{N_2}$**,** on néglige la différence entre leurs masses molaires et on utilise masse molaire de l'air $\mu = 0.029\ kg/mole$

Le nombre de molécules se trouvant au-dessus d'une unité de surface de la terre à l'altitude (z) dans la couche d'épaisseur (dz), dN



La concentration à l'altitude z *est :*

$$n(z) = n(0)e^{-\mu gz/RT}$$

Le nombre de molécules :

$$dN = n(z)\, dV = n(z)\, s\, dz = n(z)\, dz; \quad (s = 1\ m^2)$$

$$\boxed{\boldsymbol{dN = n(0)e^{-\mu gz/RT} dz}}$$

Le nombre de molécules total se trouvant au-dessus d'une unité de surface de la terre

$$N_{Tot} = \int dN = \int_0^\infty n(0)e^{-\mu gz/RT} dz = -n(0)\left(\frac{RT}{\mu g}\right)\int_0^\infty d\left(e^{-\frac{\mu gz}{RT}}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{N_{Tot} = n(0)\left(\frac{RT}{\mu g}\right)}}$$