حل البرنامج الخطي :

نعني بحل البرنامج الخطي ، إيجاد قيم المتغيرات التي تجعل دالة الهدف في أحسن قيمة لها دون تجاوز الحدود القيود .

و يمكن إيجاد حل البرنامج الخطي بإحدى الطريقتين :

I / الطريقة البيانية : وهي شائعة الاستخدام فقط في البرامج التي تحتوي على متغيرين على الأكثر .

II / طريقة السمبلكس أو طريقة الجداول : وهي طريقة عامة تستخدم مهما كان عدد متغيرات البرنامج .

← سنتطرق أولاً إلى الطريقة البيانية :

أولاً حالة التعظيم Maximisation

لحل برنامج التعظيم نتبع الخطوات التالية .

1 - نحول كل متراجحات القيود إلى معادلات .

2 - نرسم الخطوط المستقيمة لمعادلات الخطوط (P) على معلم متعامد .

3 - نشطب المناطق التي لا تحقق القيود .

(نؤشر على يمين المستقيم في حالة القيد أقل من و على يساره في حالة أكبر من)

4 - نحدد المنطقة التي تحقق جميع القيود ، وهي الغالب تشكل لنا مضلع متعدد الرؤوس

5 - نجعل دالة الهدف معدومة

(نرسم المستقيم على نفس المعلم و يمر بالمبدأ ونسميه المستقيم (Δ)

(٦) نحرك المستقيم (Δ) بصفة متوازية اتجاه رؤوس المضلع وتكون النقطة التي تحقق اكبر قيمة لدالة الهدف هي آخر نقطة يصل اليها (Δ)

(٧) نجد قيم الازواج لهذه النقطة اما هندسيًا بالانزال على المحورين أو جبريًا بإيجاد الحل المشترك لمعادلة المستقيمات المتقاطعة

(٨) في حالة إذا لم نتمكن من تحديد النقطة بدقة، فإننا نعوض قيم تلك النقاط في دالة الهدف، ونأخذ النقطة التي تعطينا اكبر قيمة.

(٩) نعوض قيمتي المتغيرتين (x_1, x_2) المحصل عليهما في دالة الهدف فنحصل على القيمة العظمى للدالة ؛

مثال : اوجد حل البرنامج التالي باستخدام الطريقة البيانية

$$\text{Max } Z = 100x_1 + 60x_2$$

$$\text{S/C} \begin{cases} 8x_1 + 2x_2 \leq 40 \\ 6x_1 + 9x_2 \leq 108 \\ 8x_1 + 6x_2 \leq 96 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 5x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

مثال

الحل

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 5x_2$$

$$s/c \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 12 \\ 2x_1 + x_2 \le 8 \\ x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(1)

$$\Rightarrow \quad 2x_1 + 3x_2 = 12$$
$$2x_1 + x_2 = 8$$

(2) رسم المستقيمات

C_1

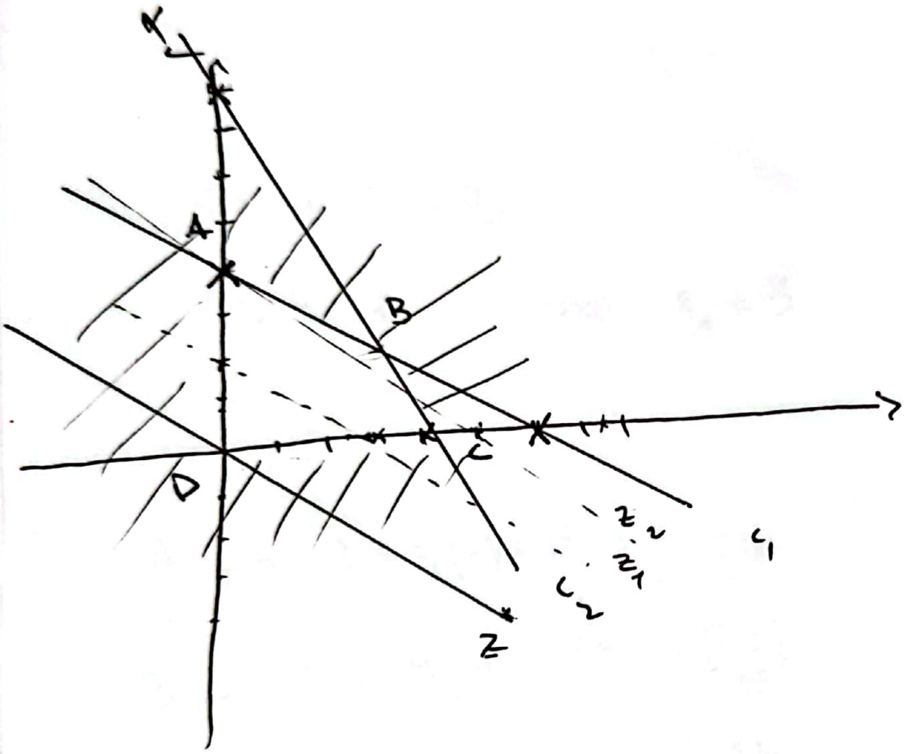
x_1	0	6
x_2	4	0

C_2

x_1	0	4
x_2	8	0

$\cancel{Z}$

x_1	0	5
x_2	0	-4



(3) نشطب المناطق على يمين المستقيمات.

(4) تحديد المنطقة التي تمثل حيز الحل ABCD

(5) رسم (Z)

x_1	0	5
x_2	0	-4

$Z = 0$

(6) تحريك المستقيم (Z) الى الأعلى (آخر نقطة يصل إليها)

أي $Z_1 = 10 \Leftarrow$

x_1	0	2,5
x_2	2	0

$Z_2 = 20 \Leftarrow$

x_1	0	5
x_2	4	0

$Z_3 = 30$

x_1	0	7,5
x_2	6	0

(خارج منطقة الحل)

8

ج) اعيار الحل جبريا.

و هي تقاطع ١ و ٢

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 12 \\ 2x_1 + x_2 = 8 \end{cases}$$

نطرح

$$3x_2 - x_2 = 12 - 8$$

$$2x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 2$$

بالتعويض في ②

$$2x_1 = 8 - 2$$

$$2x_1 = 6 \Rightarrow x_1 = 3$$

(3, 2)

18) ~~A~~

$A \rightarrow Z = 4(0) + 5(4) = 20$

$B \rightarrow Z = 4(3) + 5(2) = \boxed{22}$

$C \rightarrow Z = 4(4) + 5(0) = 16$

اكبر نقطة هي B (الامثل).

19) نعوض في دالة الهدف

$$Z = 4(3) + 5(2) = 22$$

مثال 2 إضافة

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 3x_2$$

Min

أصغر

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 350 \\ x_1 \geq 125 \\ 2x_1 + x_2 \leq 600 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

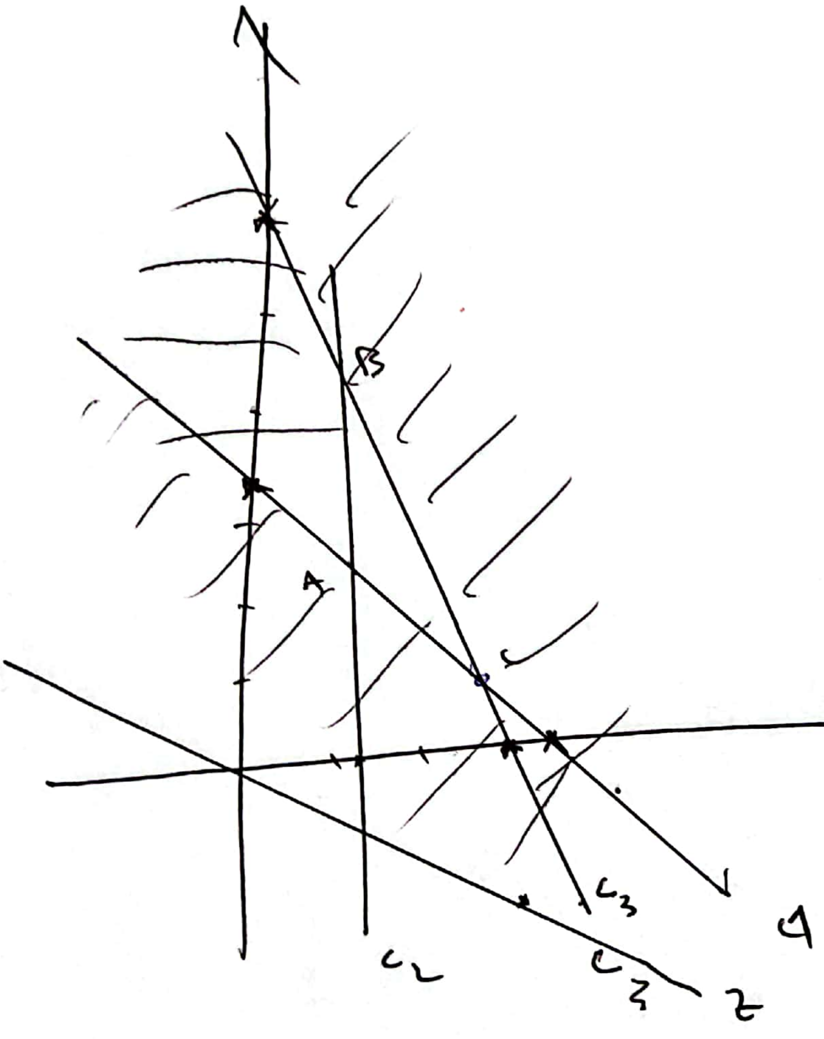
Min

$x_1 \geq 100$

350	0	x_1
0	350	x_2

300	0	x_1
0	600	x_2

300	0	Z
-200	0	



النقطة B

$C_2 + C_3$

$$\begin{cases} x_1 = 125 \\ 2x_1 + x_2 = 600 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 600 - 250 = 350.$$

$$Z = 2(125) + 3(350) = 250 + 1050 = \underline{\underline{1300}}$$