REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ziane Achour de Djelfa

Faculté de Sciences Exactes et Informatique

Département des Mathématiques et Informatique

Cours

Probabilités

Par : Mohammed BENATALLAH

(Octobre 2019)

Université Ziane Achour de Djelfa . **2019/2020**
Faculté des Sciences Exactes et Informatique. **Probabilités**
Département : Matéhmatiques et Informatique.
2^{eme}, **année Maths . LMD**

Série des exercices N :01

Exercice 1 *Lors d'un sondage, 438 personnes ont déclaré avoir un chien, 651 personnes ont déclaré un chat. Parmi elles 116 ont déclaré avoir à la fois un chien et un chat. Conbien y a-t-il de personnes interrogées ?*

Exercice 2 *On dispose des six premières lettres de lettres de l'alphabet.*

1. *Combien de sigles de 6 lettres distinctes peut-on former ?*
2. *Combien de sigles de 4 lettres distinctes peut-on former ?*
3. *Combien de sigles de 4 lettres peut-on former ?*

Exercice 3 *Une entreprise fabrique 4 types de pièces numérotées. On dispose d'un stock de :*

- 8 pièces de types A,
- 7 pièces de types B,
- 6 pièces de types C,
- 5 pièces de types D.

De combien de manières distinctes peut-on consttituer :

1. *un lot de 4 pièces ayant au moins une pièce A ?*
2. *un lot de 4 pièces ayant au moins une pièce A et au moins une pièce B ?*

Exercice 4

(a) *Combien y a-t-il de diagonales dans un polygône plan de n sommtes ?*

(b) *Donner le nombre de points d'intersection de ces diagonales ?*

Exercice 5 *Conbien y a-t-il de nombres de 5 chiffres différentes contenant 3 et 4 ?*

Exercice 6 *On jette deux dés. Soit A l'événement "la somme des chiffres indiqués est impaire" et soit B l'événement "l'un des dés indique le chiffre 1".*

Les événement A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 7 *Soit un point fixé aléatoirement sur le carré unitaire*

(a) *Trouver la probabilité pour que le point soit dans le triangle délimité par $x = 0, y = 0$ et $x + y = 1$?*

(b) *Trouver la probabilité pour que le point soit dans le carré délimité par $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, x = 0$ et $y = 0$?*

Exercice 8 *Une cible crculaire de rayon* 1 *est dévisée en* 4 *couronnes de rayons extérieurs* $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ *et* 1 *respectivement, on tire* 10 *coups independament sur cette cible.*

(a) *Calculer la probabilité qu'au plus* 3 *coups atteignant la zône délimitée par les cercles de rayons* $\frac{1}{2}$ *et* 1 *?*

(b) *Si* 5 *coups atteignant le disque de rayon* $\frac{1}{2}$*. Trouver la probabilité qu'au moins un est dans le disque de rayon* $\frac{1}{4}$*.*

Exercice 9 *Dans une entreprise, une machine A fabrique 40% des pièces et une machine B en fabrique 60%. La proportion de pièces défectueuses fabriquées par A est de 3% et par B de 2%. On choisit une pièce au hasard.*

1. *Calculer la probabilité qu'elle soit défectueuse.*
2. *Sachant qu'elle est défectueuse, calculer la probabilté qu'elle soit fabriquée par A.*

Mr. Benatallah.

Université Ziane Achour de Djelfa . **2019/2020**
Faculté des Sciences Exactes et Informatique. **Probabilités**
Département : Matéhmatiques et Informatique.
2^{eme}, **année Maths . LMD**

Série des exercices N :02

Exercice 1 *Une boite contient* 10 *boules dont* 6 *noires et* 4 *blanches. On tire* 3 *boules au hasard. Quelle est la probabilités pour que la* 4^{eme} *boule soit blanche ?*

Exercice 2 *Soient* 4 *boites ayant deux tiroirs chacune, les boites* 1 *et* 2 *contiennent une pièce d'or dans un tiroir et une pièce d'argent dans l'autre. La boite* 3 *contient une pièce d'or dans chaque tiroir. La boite* 4 *contient une pièce d'argent dans chaque tiroirs. Une boite est choisi au hasard, on ouvre l'une des tiroirs et trouve une pièce d'or. Calculer la probabilité que l'autre tiroir contienne*

(a) *Une pièce d'or*

(b) *Une pièce d'argent.*

Exercice 3 *Une banque possède un dispositif d'alame. S'il y a combriage, ce dispositif fonctionne avec une probabilité de* $0,95$*. La probabilité que le dispositif soit actionné par erreur un jour donné sans qu'il ait combriolage est égale à* $0,01$ *et la probabilité qu'il ait un combriolage un jour donné est de* $0,005$.

(a) *Calculer la probabilité qu'il y ait alarme un jour donné,*

(b) *Calculer la probabilité qu'il y ait vraiment un combriolage lorsque l'alarme est donnée ?*

Exercice 4 *Une machine est composée de* n *éléments identiques placés en parallèle. La machine est en panne si les* n *éléments soit en pannes. On suppose que les pannes sont indépendamentes et la probabilité qu'un élément tombe en panne est de* $0,1$*. Combien faudra-t-il d'éléments par assurer le fonctionnement de la machine* 99% *du temps ?*

Exercice 5 *Trouver la probabilité qu'une boite de* 100 *froibles contienne au plus deux défectueux si on sait que* 3% *des froibles fabriqués sont déféctueux ?*

Exercice 6 *Trois urnes* A, B *et* C *contiennent respectivement* 1 *boule blanche et* 3 *noire,* 2 *blanches et* 2 *noire,* 3 *blanches et* 1 *noire. On tire au hasard une boule dans chacune des* 3 *urnes, et on désigne par* X *le nombre de boules blanches obtenues. Donner la loi de* X *et sa fonction de répartition.*

Exercice 7 *Soit* X *une variable aléatoire discrète prenant les valeurs* $3, 4, 5$ *et* 6*. Déterminer la loi de probabilité de* X *sachant que :*

$P([X < 5]) = 1/3, P([X > 5]) = 1/2, P([X = 3]) = P([X = 4]).$

Mr. Benatallah.

Université Ziane Achour de Djelfa . **2019/2020**
Faculté des Sciences Exactes et Informatique. **Probabilités**
Département : Matéhmatiques et Informatique.
2^{eme}, **année Maths . LMD**

Série des exercices N :03

Exercice 1 *On lance simultanément deux dés bien équilibrés. On note X la valeur absolue de la différence des nombres portés sur les faces supérieures.*

1. *Quelle est la loi de probabilité de X ?*
2. *Calculer $E(X)$ et $Var(X)$.*

Exercice 2 *Soit X la variable aléatoire admettant la loi de probabilité suivante :*

x_i	1	3	4	6	9
p_i	$0,2$	$0,2$	$0,1$	$0,2$	$0,3$

1. *Trouver la fonction de répartition de X ?*
2. *Calculer $E(X)$.*

Exercice 3 *Soit f la fonction definie par :*

$$f(x) = \begin{cases} ax(1-x) & si\ x \in [0,1], \\ 0 & sinon, \end{cases}$$

1. *Pour quelle valeur de a, f est-elle une densté de probabilité ?*
2. *Calculer alors $E(X)$ et $Var(X)$ pour une variable aléatoire X admettant cette densité.*

Exercice 4 *Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de répartition F est définie par :*

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si\ x \leq 0, \\ \frac{3}{4}x & si\ 0 < x \leq 1, \\ -\frac{1}{4}x^2 + x & si\ 1 < x \leq 2, \\ 1 & si\ x > 2. \end{cases}$$

1. *Vérifier que F est bien une fonction de répartition.*
2. *Déterminer une densité de probabilité pour X et la représenter graphiquement.*

Exercice 5 *Calculer $E(X)$ et $Var(X)$ lorsque X suit :*

1. *la loi uniforme,*
2. *la loi exponentielle.*

Exercice 6 *Soit T une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite.*

1. *Calculer :*

$$P(T < 0), P(T < 2,04), P(T < -1,95), P(-1 < T < 2), P(-3 < T < -1).$$

2. *Déterminer les réels t tels que :*

$$P(T < t) = 0,8283, P(T < t) = 0,1112, P(0 < T < t) = 0,4878.$$

Mr. Benatallah.