

Série N° 1: Introduction aux équations de Lagrange

Exercice 1:

Un mouvement vibratoire est caractérisé par le déplacement suivant :

$$x(t) = 5 \cos(25t + \pi/3)$$

Où x en centimètres, t en secondes et la phase en radians.

- 1- Déterminer l'amplitude maximale.
- 2- Donner la pulsation propre, la fréquence et la période du mouvement.
- 3- Exprimer la phase initiale (déphasage à l'origine).
- 4- Calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération aux instants $t=0s$ et $t=0.5s$.

Exercice 2:

Une masse $m = 50 \text{ g}$ est attachée à un ressort de constante de raideur $k = 32 \text{ N/m}$. Le déplacement est donné par: $x(t) = 0.2 \sin(\omega_0 t + \pi/2)$:

- 1- Calculer l'énergie cinétique (T) et potentielle (U) pour $t = 0.2T_0$.

Exercice 3:

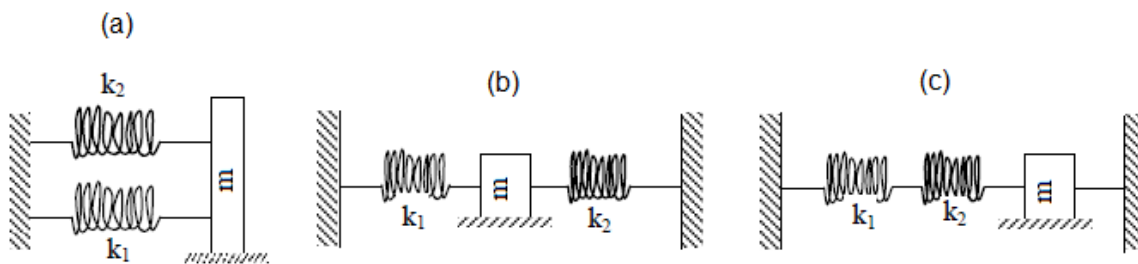
Un mouvement harmonique est décrit par : $x(t) = X \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Les conditions initiales sont : $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0$,

1. Calculer X et φ .

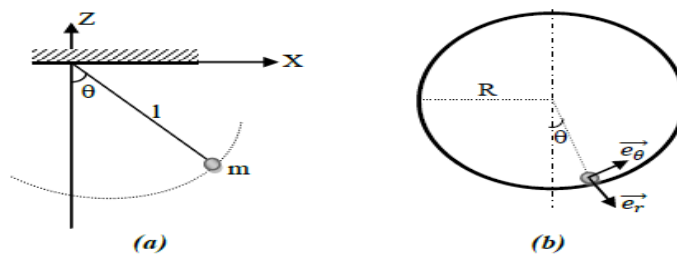
Exercice 4:

- 1- Calculer la constante de raideur des ressorts équivalentes pour chaque systèmes.
- 2- Calculer la pulsation et période propre des oscillations pour chacun des systèmes.



Exercice 5:

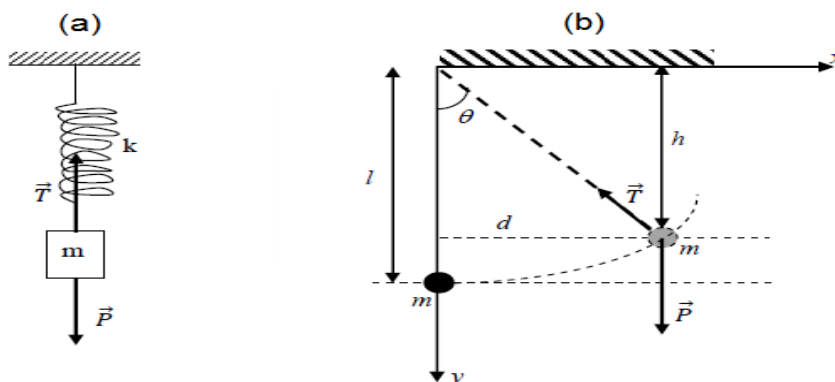
- 1- Quel est le nombre de degré de liberté du point matériel pour chaque système.
- 2- Quelles sont les coordonnées généralisées que l'on peut utiliser pour définir le mouvement de ce point.



Exercice 6:

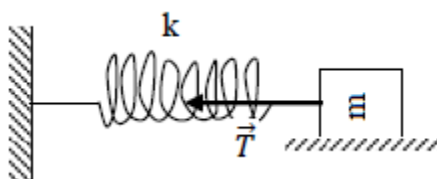
Soit les systèmes mécaniques ci-contre, un système (a) constitué d'une masse m et un ressort de raideur équivalente k et l'autre (b) comme pendule simple.

- 1- Calculer l'énergie cinétique et potentielle et le lagrangien pour chaque système.
- 2- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange pour les deux systèmes.



Exercice 07:

On considère une masse m qui se glisse sans frottement selon une droite sur un plan horizontal. Elle est reliée à un bâti fixe par un ressort parfait de raideur k, colinéaire avec la trajectoire.



- 1- Quel est le nombre de degrés de liberté?
- 2- Quelles sont les forces qui s'exercent sur la masse m? Quelles sont celles qui ne travaillent pas?
- 3- Calculer l'énergie cinétique et potentielle de ce système.
- 4- Dédire le lagrangien \mathcal{L} .
- 5- Etablir l'équation de Lagrange et Ecrire l'équation différentielle du mouvement.