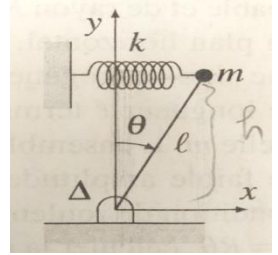


Série N° 2: Système à 1 degré de liberté

Exercice 1:

Le système de la figure ci-contre est constitué d'une tige homogène de masse négligeable de longueur l en rotation autour d'un fixe Δ . Une masse ponctuelle m est soudée à l'extrémité supérieure de la tige. Cette masse est reliée à un bâti fixe par un ressort de raideur k . On étudie les oscillations de faible amplitude, dans le plan vertical xoy autour de la position d'équilibre correspondant à $\theta = 0^\circ$.

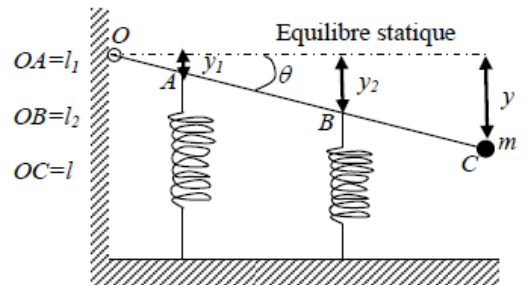


- 1- Calculer l'énergie cinétique T et potentielle U du système.
- 2- Quelle condition doit satisfaire m pour que le système puisse osciller?

Exercice 2:

Une tige OC de masse négligeable est articulée sans frottement au point O et porte à son extrémité C une masse m . Deux ressorts de raideur k_1 et k_2 sont liés à la tige aux points A et B respectivement. A l'équilibre, la tige est horizontale et elle est écartée d'un angle θ supposé très petit (les faibles oscillations).

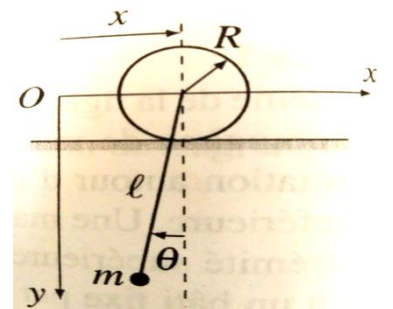
- 1- Calculer l'énergie cinétique et potentielle du système.
- 2- Déduire le lagrangien.
- 3- Etablir l'équation du mouvement.
- 4- Trouver la solution $\theta(t)$ si $\theta(t=0) = \pi/15$, $\dot{\theta}(t=0) = 0$.



Exercice 3:

Le système mécanique de la figure ci-contre est constitué d'un cylindre de masse négligeable et de rayon R qui roule sans glissement sur un plan horizontal. En son centre est soudée une tige homogène de masse négligeable et de longueur l terminée par une masse ponctuelle m . L'ensemble effectue des oscillations de faible amplitude.

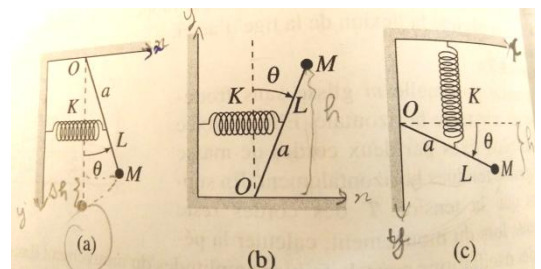
- 1- Etablir l'équation du mouvement et déduire la pulsation propre ω_0 .



Exercice 4:

Dans les figures ci-contre, une tige de masse négligeable et de longueur L oscille sans frottement sous l'effet d'un ressort de raideur k dans un plan vertical à la tige. Une masse ponctuelle M est fixée à son autre extrémité.

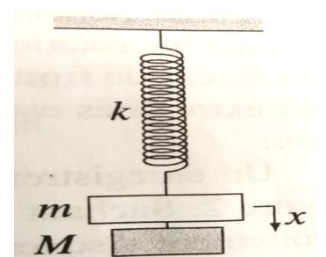
- 1- Quelle est la déformation du ressort à l'équilibre, sachant qu'à cette position $\theta = 0$.
- 2- Etablir l'équation différentielle du mouvement (pour des faibles amplitudes).



Exercice 5:

Le système ci-contre est constitué d'une ressort de raideur k , de masse négligeable, suspendu verticalement à un bâti fixe. A son extrémité inférieure sont suspendues deux masses accolées m et M .

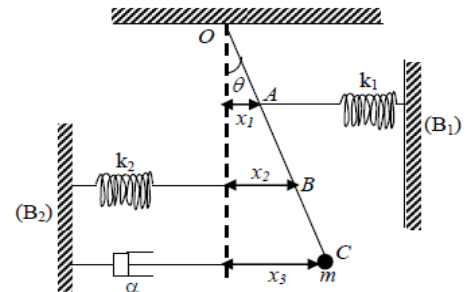
- 1- Sachant qu'à l'équilibre $x=0$, établir l'équation différentielle du mouvement.



2- Sachant que $k=160\text{Nm}^{-1}$, $M=3.8\text{kg}$ et $m=0.2\text{kg}$. Donner l'expression de x en fonction du temps pour les conditions initiales suivantes: $x(t=0)=5\text{cm}$ et $\dot{x}(t=0)=0$.

Exercice 6:

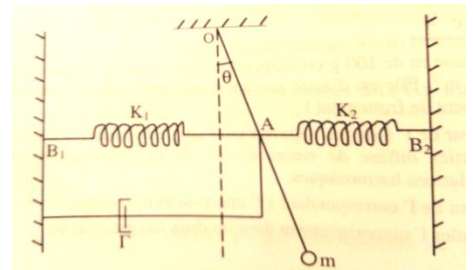
Une masse m est soudée à l'extrémité d'une tige de longueur l et de masse négligeable (Figure II-12). L'autre extrémité du fil est articulée au point O . La tige est liée au point A à un Bâti (B_1) par un ressort de raideur k_1 . Au point B , la tige est reliée à un Bâti (B_2) par un ressort de raideur k_2 . La masse m est liée au Bâti (B_2) par un amortisseur de coefficient de frottement α . $OA=l/3$ et $OB=2l/3$. Le mouvement se fait sur un plan horizontal xoy .



- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement.
- 2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un faible amortissement, le coefficient d'amortissement, la pulsation propre ω_0 et pseudo-pulsation ω_a .

Exercice 07:

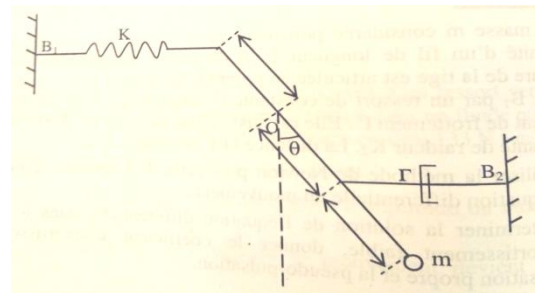
Soit le système ci-contre, constitué d'une masse m considérée ponctuelle est soudée à l'extrémité d'un fil de longueur L et de masse négligeable. Deux ressort et un amortisseur (avec α coefficient de frottement) sont reliés avec le fil comme nous montre la figure. La masse m oscille dans un plan vertical à la tige.



- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange.
- 2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un amortissement faible, donner le coefficient d'amortissement, la pulsation propre ω_0 et pseudo-pulsation ω_a .

Exercice 08:

Soit le schéma de la figure qui suit. Le ressort est de constante de raideur k . Le pendule est simple et la masse m est ponctuelle. L'amortisseur est de coefficient de frottement α .

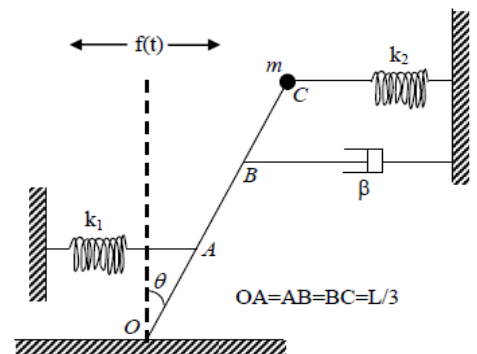


- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange.
- 2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un amortissement faible, donner le coefficient d'amortissement, la pulsation propre ω_0 et pseudo-pulsation ω_a .

Exercice 09:

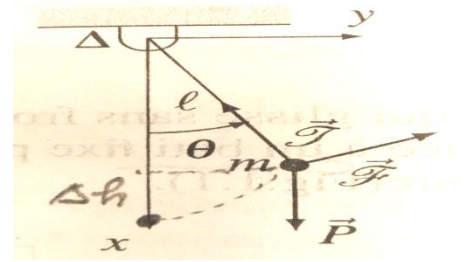
Soit le pendule inversé de la figure ci-contre ($I = mL^2$). Au repos la tige OC est verticale et les ressorts sont non déformés.

- 1- Donner l'équation différentielle du mouvement de ce système (dans le cas des petites oscillations). On donne : $m=0,2\text{ kg}$, $k_1=9\text{ N/m}$, $k_2=5\text{ N/m}$, $\alpha =0,9\text{ kg/s}$, $L = 0,5\text{ m}$ et $f(t)=\cos(2t)$.
- 2- Donner la pulsation propre, la pulsation amortie (pseudo pulsation), le décrétement logarithmique.
- 3- Donner la solution du régime Permanent.
- 4- Donner la solution du régime Transitoire.



Exercice 10:

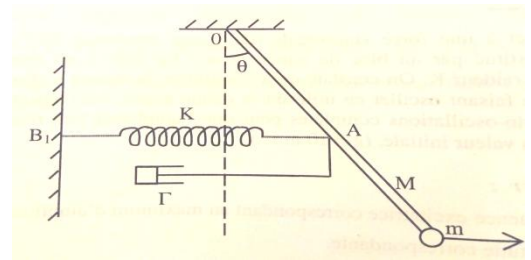
On considère un pendule simple constitué d'une masse m reliée à un point fixe O par un fil de longueur l et de masse négligeable. La masse est soumise à une force $F(t)$ qui reste perpendiculaire à la tige lors du mouvement. Les forces de frottement de viscosité peuvent être ramenées à une force $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$. Le coefficient de frottement visqueux α est considéré constant.



1- Etablir l'équation du mouvement par la méthode de Lagrange.

Exercice 11:

Soit le système ci-contre constitué d'une masse m considérée ponctuelle est soudée à l'extrémité d'une tige de masse M (non négligeable) et de longueur L , un ressort de raideur k (fixé au point A , sachant que $OA=L/2$) et un amortisseur de coefficient de frottement α . On applique à la masse m une force extérieure de la forme $F_{\text{ext}} = F_0 \cos \Omega t$.



1- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange.