عنوان المحاضرة

مسائل النقل (حالة التعظيم)

تعرضنا في المحاضرات السابقة لمسائل النقل عند تدنئة التكاليف و أشرنا إلى أن حل هذه المسائل يعتمد على البحث عن أفضل مسار يمكن اعتماده و الذي يعطينا أقل تكلفة اجمالية ممكنة.

و في الحقيقة أنه يمكننا استخدام مسائل النقل أيضا لمعالجة مشاكل التعظيم (تعظيم الأرباح، أو تعظيم العوائد ....). و هو محور موضوع محاضرتنا هاته.

إن معالجة مسائل النقل في حالة التعظيم لا يختلف كثيرا عن حالة التدنئة و لتوضيح وجه الاختلاف نقوم بصياغة النموذج الرياضي في حالة التعظيم :

$$MaxZ=\sum_{i=1,j=1}^{m,n} P_{ij}X_{ij}$$

حيث يعبر p عن الارباح أو العوائد المتئاتية عن نقل وحدة واحدة.

و علية تكون دوال الطلب :

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j$$

و دوال العرض :

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i$$

لا تختلف طريقة حل مسائل النقل عند التعظيم عنها في حالة التدنئة، حيث نبحث عن الحل الاولي بإحدى الطريقتين إما بطريقة الزاوية الشمالية الغربية، او عن طريق أعلى ربح/عائد و هي عكس طريقة أدنى تكلفة.

و يكون جدول مسألة النقل عند التعظيم بالشكل التالي:

مراكز / مصادر	N1	N2	N3	.....	Nn	العرض
M1	P_{11} X_{11}	P_{12} X_{12}	P_{13} X_{13}	.....	P_{1n} X_{1n}	a1
M2	P_{21} X_{21}	P_{22} X_{22}	P_{23} X_{23}	.....	P_{2n} X_{2n}	a2
M3	P_{31}	P_{32}	P_{33}	.....	P_{3n}	a3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Mm	P_{m1} X_{m1}	P_{m2} X_{m2}	P_{m3} X_{m3}	.....	P_{mn} Xmn	a_m
الطلب	b1	b2	b3	.....	bn	

و عليه نتبع نفس خطوات الحل و الهدف هذه المرة هو البحث عن أفضل مسار ممكن لتحقيق أكبر ربح أو أفضل عائد ممكن، و المثال الموالي يوضح ذلك

بفرض أن لمؤسسة مشروبات غازية ثلاث وحدات انتاج موزعة في كل من موزاية، وهران، عنابة و هذه الوحدات مكلفة بتموين اربع مخازن جهوية و هي سعيدة، الجلفة، غرداية، سطيف و التي بدورها تقوم ببيع المنتجات للأسواق المحلية.

إذا كان حجم الانتاج و حجم الطلب بالألف وحدة اسبوعيا و الربح المحقق بالمليون دينار موضح في الجدول الموالي،

مراكز / مصادر	سعيدة	الجلفة	غرداية	سطيف	العرض
موزاية	8	7	5	6	140
وهران	6	2	9	3	90
عنابة	1	4	5	8	70
الطلب	50	80	70	100	300 / 300

اذا كان هدف هذه المؤسسة تعظيم ارباحها، المطلوب ايجاد افضل مسار ممكن أن تتبعه لتحقيق اعلي عائد او اعلى ربح.

مع توفر شرط تساوي الطلب مع العرض، يمكن حل هذه المسألة باستخدام طريقة تعظيم الأرباح، حيث تعتمد نفس مراحل طريقة تدنئة التكاليف لكن مع الاختلاف بملأ الخانات التي تحوي أكبر عائد، كما هو موضح في الجدول الموالي

مراكز / مصادر	سعيدة	الجلفة	غرداية	سطيف	العرض
موزاية	8 **50**	7 **80**	5	6 **10**	140
وهران	6	2	9 **70**	3 **20**	90
عنابة	1	4	5	8 **70**	70
الطلب	50	80	70	100	300 / 300

نلاحظ أن عدد الحلول الممكنة هو 6 و هو مساوي لـ 1-3+4، و عليه يكون الربح الاجمالي المحقق هو $Z= 50*8 + 80*7 +10*6+70*9+20*3+70*8 = 2270$.

لكن لابد ان نتأكد من أمثلية الحل باستخدام إحدى الطريقتين الماضيتين إما طريقة التخطي أو طريقة التوزيع المعدل.

فباستخدام طريقة التوزيع المعدل نجد

$U_1+V_1= 8$ ..... $U_1=0$, $V_1=8$

$U_1+V_2=7$ ..... $V_2=7$

$U_1+V_4 = 6$ ..... $V_4=6$

$U_2+V_4= 3$ ..... $U_2=-3$

$U_2+V_3= 9$ ..... $V_3=12$

$U_3+V_4=8$ ..... $U_3= 2$

δ	$\delta_{IJ}= P_{ij} - U_i - V_j$	$U_i . V_j$
-7	5- 0 - 12	$U_1 . V_3$
1	6- (-3)- 8	$U_2 . V_1$
-2	2 - (-3) -7	$U_2 . V_2$
-9	1 - 2 - 8	$U_3 . V_1$
-5	4 - 2 - 7	$U_3 . V_2$
-9	5 - 2 - 12	$U_3 . V_3$

نلاحظ أن هناك قيمة حدية موجبة يعني أن الحل الأولي لا يعتبر هو الأمثل و هناك طريقة أخرى لتعظيم الأرباح فالخلية $U_2 . V_1$ تمكن من زيادة الأرباح بوحدة واحدة.

و عليه نعدل النموذج بإدخالها بنفس الطريقة السابقة.

مراكز / مصادر	سعيدة	الجلفة	غرداية	سطيف	العرض
موزاية	8 **30**	7 **80**	5	6 **30**	140
وهران	6 **20**	2	9 **70**	3	90
عنابة	1	4	5	8 **70**	70
الطلب	50	80	70	100	300 / 300

بعد تعديل النموذج نقوم الآن باختبار أمثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل:

$U_1+V_1=8$ ..... $U_1=0$, $V_1=8$

$U_1+V_2=7$ ..... $V_2=7$

$U_1+V_4=6$ ..... $V_4=6$

$U_2+V_1=6$ ..... $U_2=-2$

$U_2+V_3=9$ ..... $V_3=11$

$U_3+V_4=8$ ..... $U_3=2$

δ	$\delta_{IJ}= P_{ij} - U_i - V_j$	$U_i . V_j$
-6	5- 0 - 11	$U_1 . V_3$
-3	2- (-2)- 7	$U_2 . V_2$
-1	3 - (-2) -6	$U_2 . V_4$
-9	1 - 2 - 8	$U_3 . V_1$
-5	4 - 2 - 7	$U_3 . V_2$
-8	5 - 2 - 11	$U_3 . V_3$

نلاحظ أن كل القيم الحدية السالبة، أي نقبل بهذا الحل على أنه الحل الأمثل

و عليه تكون قيمة الأرباح المحققة الاجمالية

$$Z= 30*8+ 80*7+ 30*6+ 20*6+ 70*9+ 70*8 = 2290$$

نلاحظ أن الارباح المحققة في الحل الأول 2270، و مع حساب القيم الحدية تبين أن هناك خلية ترفع في الأرباح بقيمة وحدة نقدية عن كل وحدة محولة و عدد الوحدات في الخلية المعدلة 20 وحدة أي 20*1 = 20 و هذه هي الزيادة في الأرباح

.2290 = 20+2270