Cahier de TP

Introduction

Ce cahier contient l'ensemble des travaux pratiques à faire sur le logiciel Matlab/Simulink pour le module d'asservissement linéaire des systèmes continus destinés aux étudiants de 2 ème Licence Automatique de l'université de Djelfa. La version matlab utilisée est celle de 2008, le chargé de TP peut facilement l'adapter à la nouvelle version.

1. La Transformée de Laplace محـــولة لابلاس

1.1Rappel :

La transformée de Laplace est l'application qui transforme la fonction temporelle *f(t)* en une fonction complexe F(s) $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ via l'intégrale de Laplace (1)

محولة لابلاس هي التطبيق الذي يحول دالة زمنية ما الى دالة مركبة $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ عن طريق تكامل لابلاس, تعد المحولة موجودة اذا كان التكامل (1)التالي متقاربا.

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}\, dt[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}\, dt \qquad (1)$$

La transformée de Laplace inverse est l'application qui permet de trouver la fonction temporelle f(t) à partir de la fonction complexe F(s).

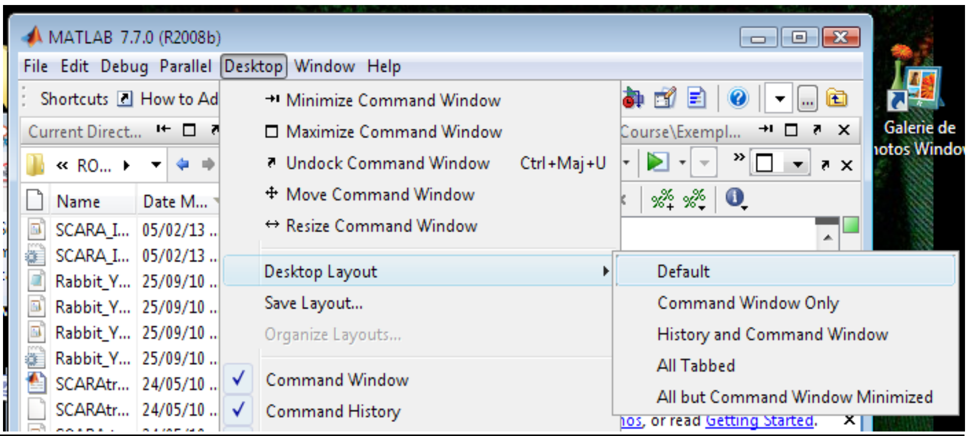
المحولة العكسية للابلاس هي التطبيق الذي يحول الدالة المركبة F(s) لدالة زمنية f(t) حسب التكامل (2) والذي نادرا ما نستعمله بل نلجأ لحيل تبسيطية لحسابها (انظر الدرس). $\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t)$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}\, ds \qquad (2)$$

On utilise rarement cette intégrale on a recours à des astuces de simplification.(voir le cours).

1.2 Travail sur Matlab:

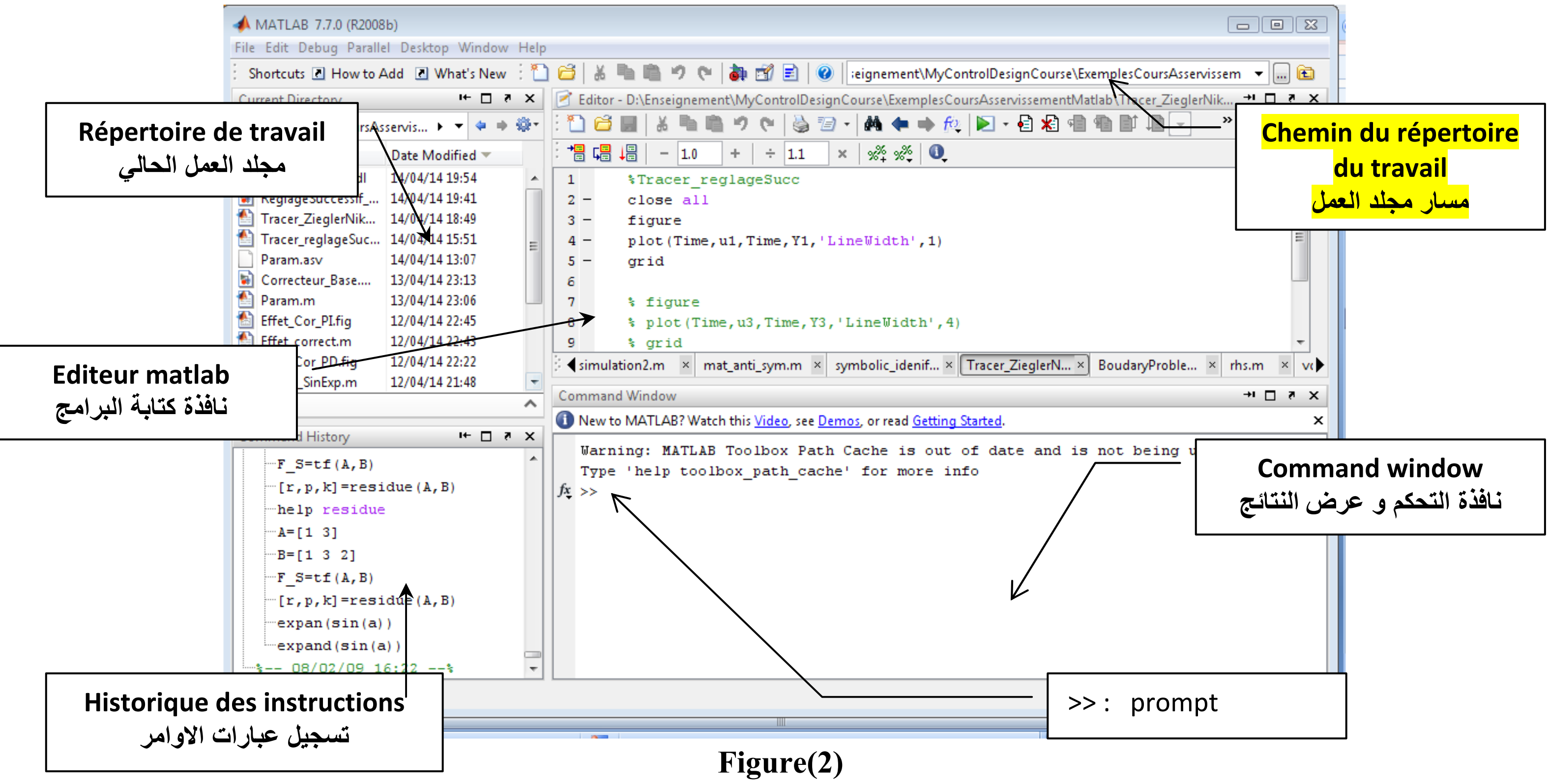
1.Ouvrir votre logiciel matlab et faites les étapes illustrées sur l'image (1) : aller sur **desktop→layout→default** افتح برنامج ماطلاب وقم بالخطوات التالية اذهب الى



Figure(1)

Cette manipulation permet d'avoir le répertoire de travail, l'historique et l'éditeur de matlab ainsi que la "command window"dans la même fenêtre ce qui facilite le travail, voir Figure(2).

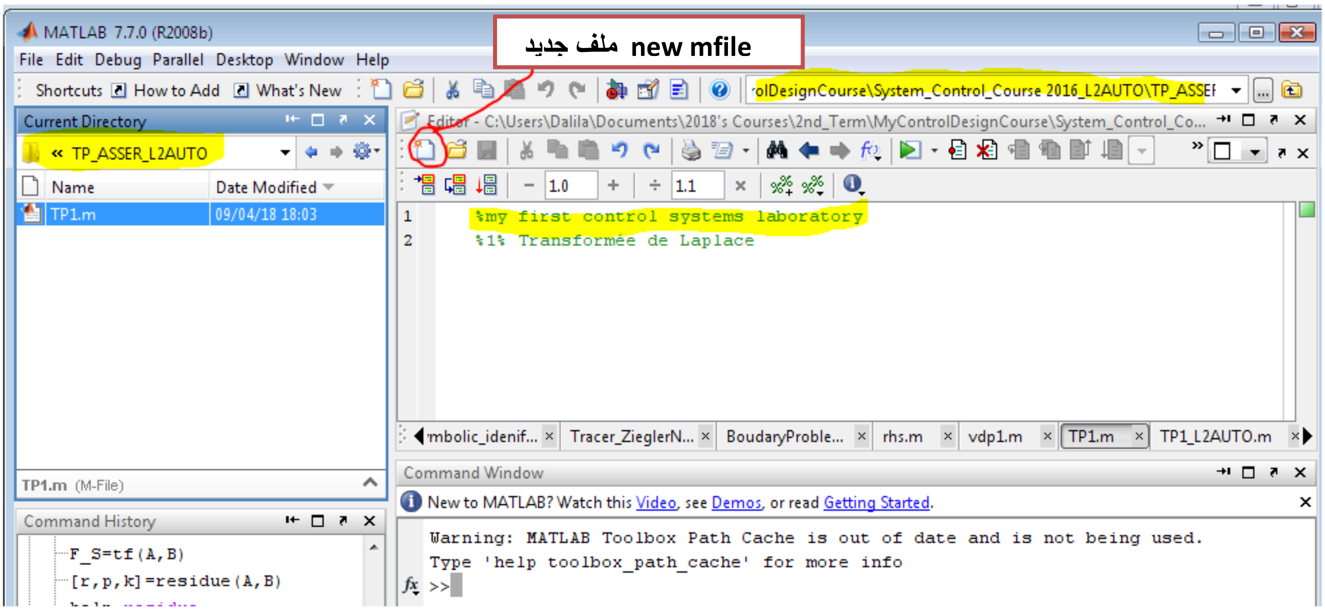
هذه العملية تسمح لنا برؤية كاتب برامج ماطلاب ومجلد العمل و محفوظات الاوامر المستعملة و نافذة العرض في نفس الوقت مما يسهل العمل لنا.أنظر للصورة Figure(2).



Figure(2)

2.Ouvrir un nouveau répertoire et nommer le **TP_ASSER_L2AUTO** **افتح مجلدا جديدا في اي مكان وسمه**
On peut y accéder par « le chemin du répertoire du travail » voir Figure(2).

يمكن الوصول اليه بسرعة عن طريق مسار مجلد العمل كما في الصورة Figure(2)



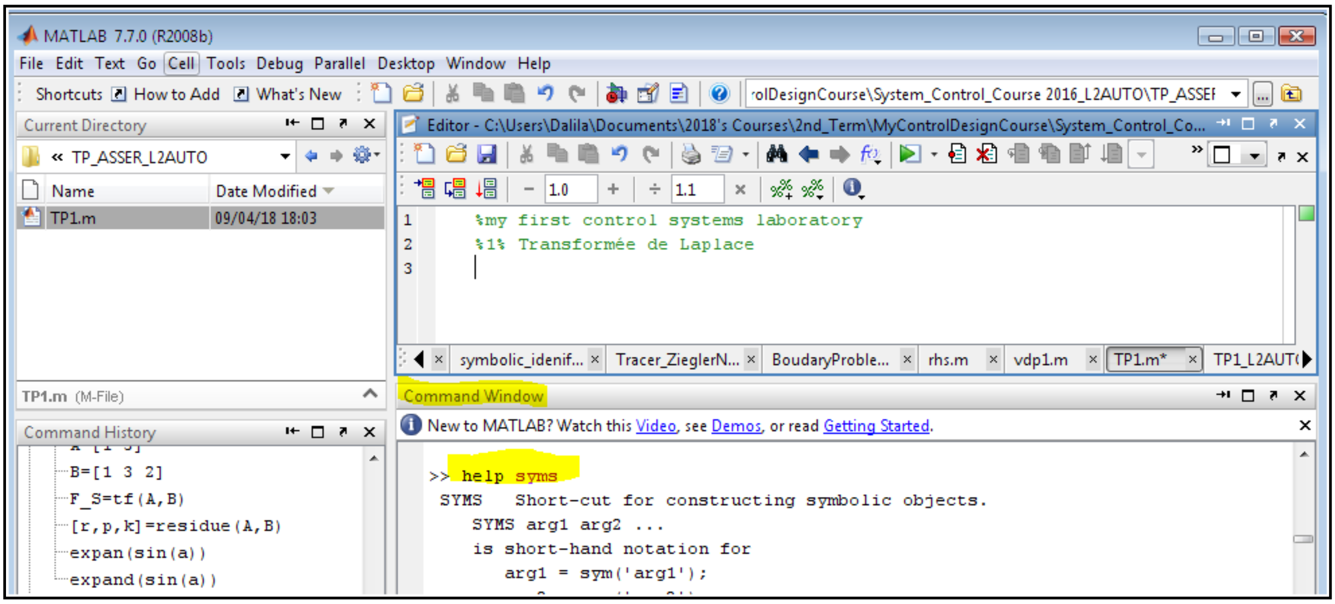
Figure(3)

3.Créer un nouveau fichier dans l'éditeur de matlab en cliquant sur l'icône mentionnée dans Figure(3) , taper le commentaire suivant : **%my first control systems laboratory** et enregistrer le sous le nom TP1 un nouveau fichier se crée donc TP1.m.

افتح ملفا جديدا في كاتب برامج ماطلاب بالنقر على الايقونة المشار اليها بدائرة في الصورة Figure(3) و اكتب العبارة التالية حرفيا %my first control systems laboratory وهي مجرد تعليق لا يأخذ ماطلاب به لكنه ضروري لنستطيع حفظ الملف فان كان الملف فارغا فهو لا يحفظ بعد ذلك حفظ الملف باسم TP1 فينتج لنا ملف اسمه TP1.m

4. Aller à la « command window » et taper **help syms** puis entrée, voir Figure(4). Si vous avez le help de cette instruction et eu une réponse comme dans la figure(4) continuer le travail et passer à l'étape **5.** si vous avez un message rouge c'est-à-dire que la toolbox < n'est pas installée. Dans ce cas passer à l'étape **8.**

4. اذهب الان الى لوحة التحكم و اكتب الأمر التالي help syms ثم أدخل. كما في الصورة Figure(4)ان كان لديك جواب للمساعدة كما فب الصورة بتعريف هذا الأمر اعبر للمرحلة رقم 5 ان كانت الرسالة التي يعطيها ماطلاب حمراء فهذا يعني ان علبة الادوات « Symbolic Math » غير مثبتة مع ماطلاب وبالتالي اعبر للمرحلة رقم 8



Figure(4)

5. Dans cette étape on va **calculer symboliquement** la transformée de Laplac et la transformée inverse de quelques fonctions déjà calculée théoriquement.

6. الان سنقوم بحساب محولة لابلاس والمحولة العكسية لبعض الدوال بطريقة تحليلية في ماطلاب بعد حسابها نظريا.

5.1 Travail théorique : العمل النظري

a.Calculer la transformée de Laplace des fonctions :............................. **أحسب نظريا محولة لابلاس للدوال التالية**

$1.\ f(t)=1,\ \ 2.\ f(t)=t,\ \ 3.\ f(t)=e^{-at},\ \ 4.\ f(t)=\sin(wt),\ \ 5.\ f(t)=(1+t^2)e^{-t}$

b.Calculer la transformée de Laplace inverse des fonctions suivantes : **أحسب محولة لابلاس العكسية للدوال التالية**

$6.\ F(s)=\dfrac{s^2+2s+3}{(s+1)^3},\ \ 7.\ F(s)=\dfrac{1}{s^4},\ \ 8.\ F(s)=\dfrac{1}{s^2+1},\ \ 9.F(s)=\dfrac{1}{s(s^2+w^2)}$

5.2 Travail expérimental : العمل التطبيقي

و تكتب 'laplace يسمح لنا بحساب محولة لابلاس بشكل سريع وبسيط و الأمر هو ' 'a command' يوجد في ماطلاب أمر مباشرة. نفس الشيء بالنسبة للمحولة العكسية للابلاس ولكن الامر هذه المرة معادلة الدالة المراد تحويلها بين قوسين بعد الأمر

الشرط الوحيد هو أن تعرف كل المتغيرات في الدالة كمتغيرات تحليلية ويتم ذلك في اول البرنامج او العملية بتنقيذ ilapace . يكون الامرsyms

Il existe une instruction matlab qui permet de calculer directement la transformée de Lapalce ou la transformée inverse d'une fonction donnée. Il suffit de définir la fonction en variables symboliques via l'instruction syms puis taper l'instruction **laplace**(nom de la fonction) ou **ilaplace**(nomde la fonction).

a. Réaliser le programme Figure(5) qui calcule les transformée de Laplace et les transformés inverses des fonctions données dans la partie **5.1.**

b. Noter le résultat trouvé pour chaque fonction et comparer les avec les résultats théoriques des questions **5.1.a** et **5.1.b.**

```
%My first control systems laboratory
clear all
close all
clc
disp('------------------------------------')
disp('Calcul de la transformée de Laplace')
disp('------------------------------------')
syms t a w
f1=t
F1=laplace(f1)
pause
f2=exp(-a*t)
F2=laplace(f2)
pause
f3=sin(w*t);
F3=laplace(f3);
pause
```

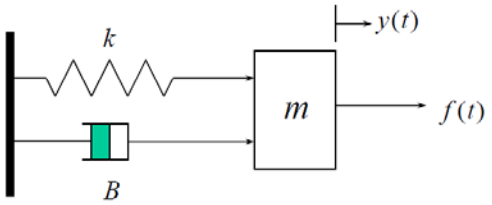
```
disp('------------------------------------')
disp('La transformée delapalce inverse')
disp('____________________________________')
pause
syms s
F5=(s^2+2*s+3)/(s+1)^3
f5=ilaplace(F5) %#ok<*NOPTS>
pause
F6=1/s^4
f6=ilaplace(F6)
pause
F7=1/(s^2+1)
f7=ilaplace(F7)
```

Figure(5) Le programme TP1.m qui sert à calculer la TL et la TL^{-1}

2.La fonction de transfert et l'espace d'état دالة الانتقال وفضاء الحالة

2.1 Travail théorique:

Soit le système masse ressort amortisseur vu dans le cours. Avec la force f(t) est son entrée et le déplacement y est sa sortie, On donne m=1 ,B=2, k=0.5 :



Figure(6) système masse-ressort-amortisseur

On a trouvé sa fonction de transfert comme étant : $\boxed{G(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{1}{ms^2+bs+k}}$ **Eq(1)**
avec Y(s)=TL(y(t)) et F(s)=TL(f(t)).

$$\boxed{\Rightarrow Y(s)=\frac{1}{ms^2+bs+k}F(s)} \quad \textbf{Eq(2)}$$

a-Pour f(t) est un échelon unitaire $\boxed{F(s)=\frac{1}{s}}$ $\boxed{\Rightarrow Ye(s)=\frac{1}{ms^2+bs+k}.\frac{1}{s}}$ **Eq(3)**

Calculer la réponse indicielle de ce système ceci revient à trouver l'expression de ye(t) à partir de Eq(3).

b-Pour f(t) est une impulsion de Dirac $\boxed{F(s)=1\Rightarrow Yi(s)=\frac{1}{ms^2+bs+k}}$ **Eq(4)**

c-Calculer la réponse impulsionnelle yi(t).

2.2 Travail sur matlab:

1.Sur matlab on calcule la transformée de lapalce inverse de Ye(s) et Yi(s) des Eq(3) et Eq(4), on les appelle ye et yi.

a. Ouvrir un nouveau fichier et taper le programme suivant :

```
clear all
close all
clc
%Calcul de la réponsmée indicielle du système masse-ressort-amortisseur
%par calcul et tracé de la transformé de laplace inverse.
syms s
m=1;b=2;k=0.5 ;
Ye=1/(m*s^2+b*s+k)*1/s;
ye=ilaplace(Ye);
```

On obtient l'expression symbolique de ye(t). Comparer cette expression avec l'expression trouvé théoriquement en question **2.1.b**.

b. On sort maintenant du calcul symbolique on copie le résultat ye et on définit un vecteur temps t=0 :20 avec un pas 0.01. remarque changer les multiplication et les devisions pour que ça soit point par point, taper le programme suivant dans un nouveau fichier :

```
t=0:0.01:20;
ye=2-(2*(cosh((2^(1/2).*t)/2) + 2^(1/2)*sinh((2^(1/2).*t)/2)))./exp(t);
figure
plot(t,ye,'r:'),grid
```

c. Refaire les mêmes étapes pour calculer et tracer la réponse impulsionnelle. Comparer avec le calcul théorique.

Remarque : ne pas fermer les figures obtenues.

d. Maintenant on va tracer les mêmes réponses en utilisant la fonction de transfert et les instructions prêtes de matlab.

On définit la fonction de transfert par l'instruction tf   le numérateur et le dénominateur sont donnés comme des vecteurs. Créer un nouveau fichier et exécuter le programme suivant :

```
disp('------------------------------------')
disp('La fonction de transfert')
disp('____________________________________')
%Le modèle masse ressort amortisseur
m=1;b=2;k=0.5 ;
num=[1];
den=[m b k];
%La fonction de transfert est définie par l'instruction tf
FT1=tf(num,den);
```

Dans le prompt >> taper FT1 pour afficher le résultat comparer avec **Eq(1).**

e. Pour tracer la réponse indicielle taper

```
figure
step (FT1)
grid
title ('Réponse indicielle de la fonction de transfert 1')
figure
impulse(FT1)
grid
title ('Réponse impulsionnelle de la fonction de transfert 1')
```

f. Comparer les tracés des réponses indicielle et impulsionnelle obtenues par les instructions directes de matlab avec celles obtenues par le calcul de la TL inverse. Que remarquez-vous ?

g. On définit le gain statique comme la valeur de G(s) (Eq(1)) pour s=0 c'est aussi la valeur finale de la réponse indicielle ye(t) du système.

g.1. Calculer le gain statique du système masse ressort amortisseur.

g.2. Relever la finale ye(∞) à partir de la figure obtenue par l'instruction step. Que remarquez-vous.

h. pour calculer les pôles de la fonction de transfert G(s), on cherche les racines du dénominateur num(s). Taper l'instruction suivante et garder les valeurs des pôles obtenus.

```
Les_Poles=roots(den)
```

i. Pour passer de la fonction de transfert à la représentation d'état : $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$, Taper les instructions suivantes :

```
[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)
```

i.1 Comparer les valeurs des matrices de l'espace d'état avec celles obtenues en cours. Que remarquez-vous ?

i.2 Quelle la dimension de l'espace d'état obtenu et quelle relation a avec l'ordre du système.

i.3 Calculer les valeurs propres de la matrices d'état A par l'instruction suivante et comparer les avec les valeurs des pôles de la fonction de transfert trouvés dans la question 2.2.h :

```
vlr_prpr_A=eig(A)
```

j. On peut tracer les réponses indicielles et impulsionnelle par les mêmes instructions step et impulse. Exécuter les instructions suivantes et comparer avec les résultats pour la fonction de transfert dans question 2.2.e.

```
step(A,B,C,D)
impulse(A,B,C,D)
```

k. La matrice de contrôlabilité est définie par $M = [\boldsymbol{B} : \boldsymbol{AB} : \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{B} : \cdots \boldsymbol{A}^{n-1}\boldsymbol{B}]$ et la matrice d'observabilité est donnée par $\boldsymbol{O} = [\boldsymbol{C}^T : \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{C}^T : \boldsymbol{A}^{T^2}\boldsymbol{C}^T : \cdots \boldsymbol{A}^{T^{n-1}}\boldsymbol{C}^T]$. Le système est dit contrôlable ou observable si le rang des matrices M et O respectivement sont à rang plein.

k.a Calculer ces deux matrices ainsi que leurs déterminants.

k.b. Ces matrices se calculent directement par les instructions ctrb et obsv, le rang se calcule par l'instruction *rank* et le déterminant par l'instruction *det*. Exécuter le programme suivant *;*

```
M=ctrb(A,B)
rangM=rank(M)
dm=det(M)

O=obsv(A,C)
rangO=rank(O)
do=det(O)
```

- Comparer les résultats avec votre calcul théorique 2.2.k.a

_ Le système masse ressort amortisseur est-il contrôlable ? Est-il observable ? Justifier.

Intégrateur, Premier Ordre

I.

Sur Simulink :

a. Simuler la réponse d'un intégrateur à une entrée échelon, tel qu'il est décrit sur la Figure 1. Analyser la réponse

b. Réaliser un bouclage avec un gain K de cet intégrateur Figure 2. En boucle fermé le système devient de premier ordre

1. Donner sa fonction de transfert.
2. Simuler la réponse. Que pouvez-vous conclure sur l'intérêt de la boucle fermée.
3. A partir du graphe, donner la constante du temps du système par deux méthodes.
4. On veut utiliser ce gain pour régler la constante du temps de ce système :
   a) Analytiquement, calculer les valeurs du gain K qui donnent respectivement les constantes de temps T=0.5s, T=2s, T=5s. Conclure.
   b) Donner l'expression de l'erreur statique du système bouclé en fonction du gain K.
   c) Calculer ces erreurs pour chaque valeur de K trouvée dans la question 1.4.a.
   d) Pour chaque valeur de K, simuler votre modèle et mesurer les erreurs statiques (voir avec le bloc SCOPE) et comparez avec la question 1.4.c.

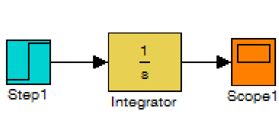


Figure 1

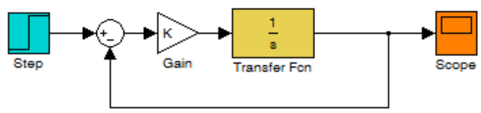
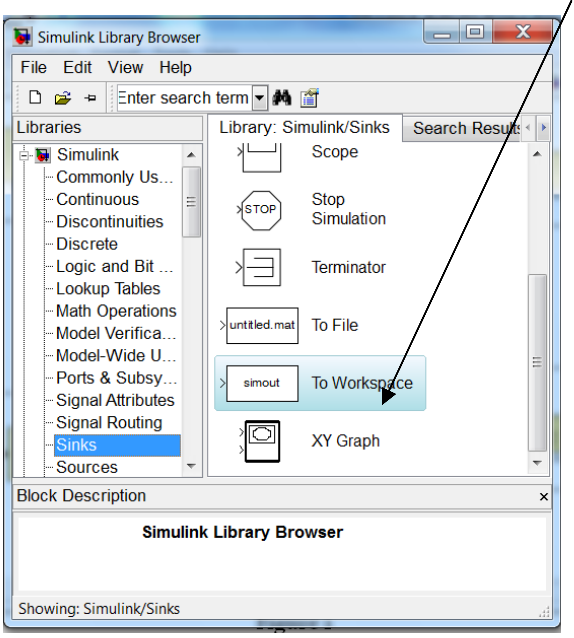


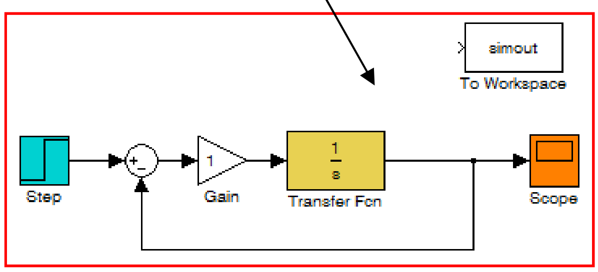
Figure2

C. Astuce Matlab pour tracer et simuler nos modèles

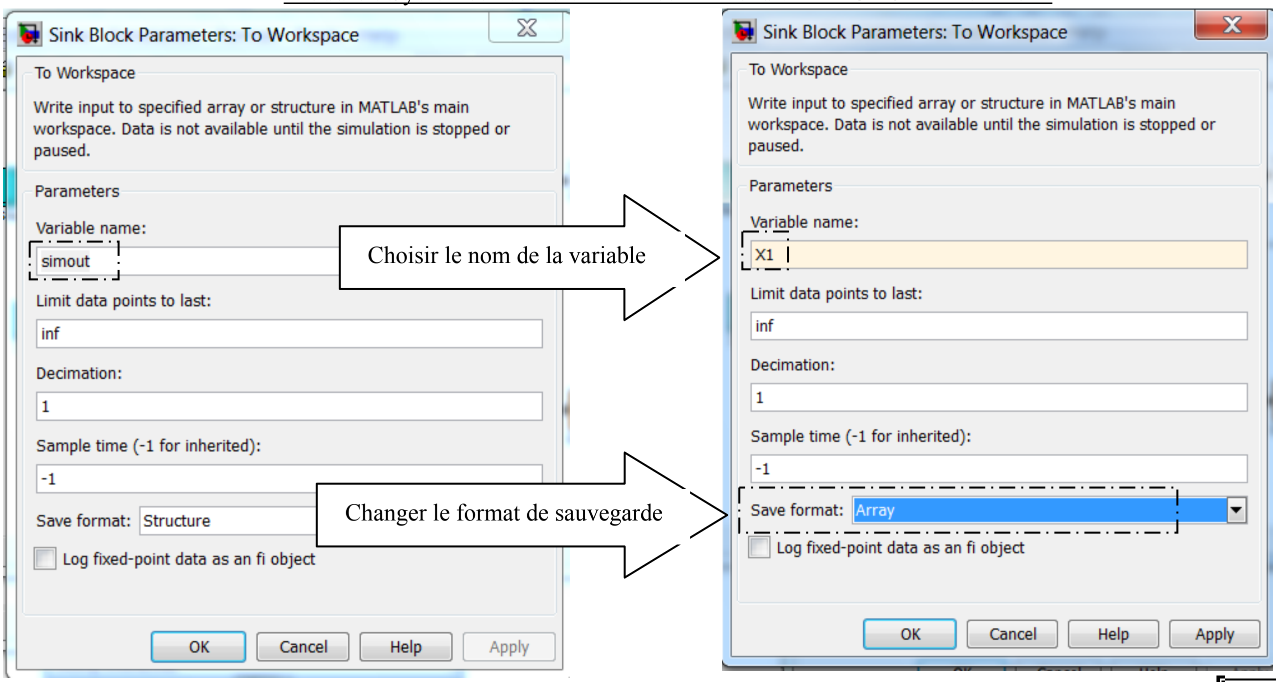
Pour tracer vos réponses sur matlab et éviter l'utilisation des scopes, on peut faire passer les données de simulation dans le workspace. 1- Allez dans Simulink et cliquez sur **Simulink Library browser**.

2-Aller dans Sinks et choisir le bloc **To Workspace**, faites le glisser dans le fichier simulink.

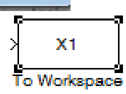




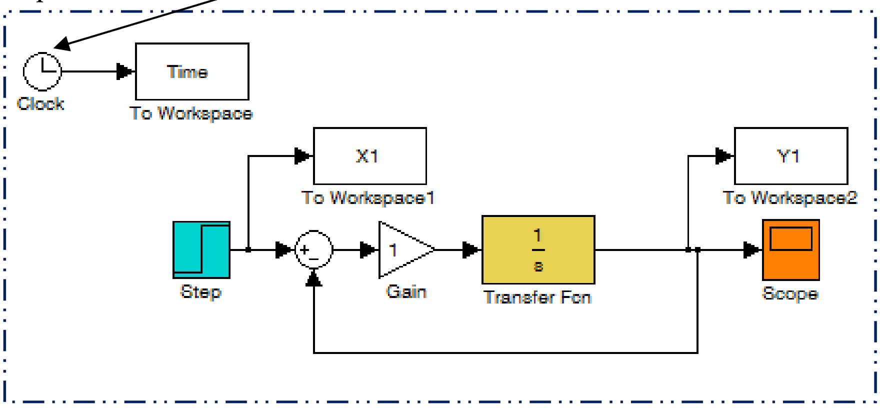
4-Cliquez sur le bloc To Workspace pour changer ses paramètres, comme dans la figure suivante et puis relie le bloc avec la variable qu'on veut sauvegarder dans le work space et tracer.



- Quand on change le nom de la variable de simout au nom choisis ce nom apparait sur le bloc.



5-Ajouter pour la même occasion un bloc **Clock** avec un bloc de sauvegarde to **Workspace**, donner un nom différent à chaque variable.



6-Refaite la simulation, « sur Simulink» et aller dans la « command window Matlab» et taper X1 puis entrée, puis Y1, puis Time, vous allez remarquer que les vecteurs contiennent des données.

7-Maintenant ouvrez un nouveau fichier dans l'éditeur matlab, sauvegarder le sous le nom main.m.

Taper :

```
---------------------------
figure
plot(Time,X1,'r :')
hold on
plot(Time,Y1,'b')
grid
----------------------------
```

Et ainsi vous avez, votre réponse. Faites la même procédure dans tous les modèles pour tracer vos courbes.

* Une autre façon de faire la simulation consiste à tout faire à partir d'un programme matlab, on n'a pas à aller dans simulink et simuler mais il suffit de faire le programme suivant : (On suppose le modèle simulink s'appelle TP1.mdl.

```
sim('TP1.mdl')
figure
plot(Time,X1,'r :')
hold on -
plot(Time,Y1,'b')
grid
```

II. Système de 2ème Ordre

a. On asservit le processus $G(s) = \frac{1}{s(1+10s)}$ par l'intermédiaire d'un gain K, (régulateur P).

1. Quelle est la classe de ce système
2. Simuler sa réponse indicielle
3. En boucle fermée, on obtient une fonction de transfert de deuxième ordre, mettez la sous forme canonique
$$H(s) = \frac{kw_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$
4. Simuler la réponse indicielle en Bf pour K=1.
   a. Sur le graphe mesurez la valeur du premier dépassement μ_p , le temps du premier dépassement t_p et le temps de stabilisation à 5%.
   b. Vérifier ces valeurs analytiquement, on donne $\mu_p = e^{\frac{\zeta\pi}{1-\zeta^2}}, t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$ et $t_{s_{5\%}} = \frac{3}{\zeta\omega_n}$
   c. Relevez la valeur de l'écart statique.
   d. Démontrer cette valeur analytiquement.

5. Donner les valeurs de ζ et ω_n en fonction de K

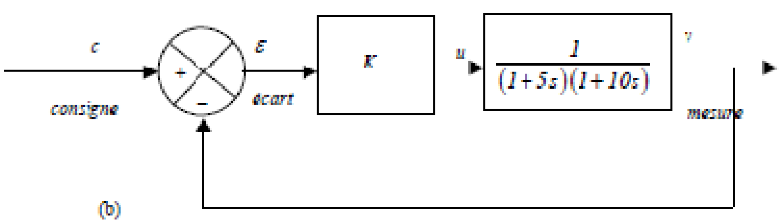
   a. Pour k=0 :0.1 : 100 tracer la fonction ζ =f(k) et les parties réelle et imaginaire des pôles de l'équation caractéristique de la fonction de transfert en boucle fermée en fonction de K.

   b. Qu'est-ce que vous pouvez conclure de la question précédente.

   c. Sur le modèle Simulink, faites varier K pour avoir un dépassement de 23%. Comparer ce résultat avec le calcul analytique.

b. On prend un autre système de deuxième ordre $G(s) = \frac{1}{(1+s5)(1+10s)}$ bouclé avec un gain (K=1)

e. Quelle est la différence caractéristique avec le système précédent.
f. Quel est l'écart statique de la réponse indicielle, vérifiez analytiquement.
g. Faites varier la valeur de K de K=1, K=10, K=100. Quelle est l'influence de K sur les performances du système.

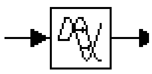


II.A Synthèse d'un régulateur PID par la maéthode de Ziegler Nichols

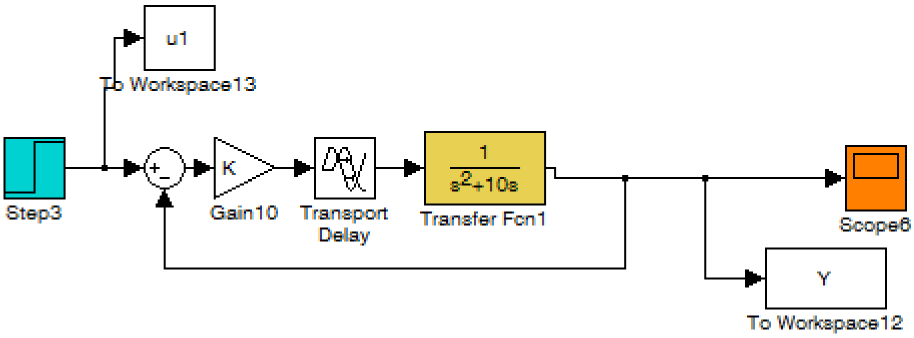
Gardons le même système de la question II.a. $G(s)=\frac{1}{s(1+10s)}$

Ce système est maintenant affecté d'un retard pur $\tau = 1s$. La fonction de transfert devient alors

$$G(s)=\frac{e^{-\tau t}}{s(1+10s)}$$

Implanter sous SIMULINK le bloc ''retard''  ou bien « transport delay ».

La boucle devient donc :



En boucle fermée faites varier le gain K jusqu'à avoir une réponse sinusoïdale (oscillations entretenues), on appelle ce gain le gain critique Kc. Et la période de la réponse sinusoïdale Tc.

1. Donner les valeurs de Kc et Tc
2. On remplace le régulateur proportionnel K par un régulateur PID dont la fonction de transfert est :

$$C(s)=K[1+\frac{1}{Tis}+T_d s]$$

3. La méthode de Ziegler Nikols préconise les coefficients de régulateur selon le tableau suivant

Régulateur	Action P	Action I	Action D
P	$A = A_c / 2$		
PI	$A = A_c / 2,2$	$T_i = 0,83T_c$	
PID	$A = A_c / 1,65$	$T_i = 0,50T_c$	$T_d = 0,12T_c$

a. Déterminer par cette méthode les gains des régulateurs P PI et PID et tracer la réponse du système régulé.
b. Faites la synthèse du système asservit pour chaque régulateur. (Performances)
c. Conclure le Tp

Rappel

Régulateur PI $C(s) = K[1 + \frac{1}{Tis}]$