وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة زيـان عاشور الجلفـة
كليـة العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسـم العلوم المالية والمحاسبية

مطبوعة خاصة بالتدريس عن بعد:

مقرر: الرياضيات المالية

مقدمة لطلبة السنة ثانية جذع مشترك في العلوم المالية والمحاسبة

من إعـداد:
الدكتور. حديدي آدم

السنة الجامعية: 2020/2019

قائمـــــة المحتويات

القسم الأول: العمليات المالية في الأجل القصير.

- الفصل1: الفائدة البسيطة.
- الفصل2: خصم الديون بفائدة بسيطة.
- الفصل3: تسوية الديون بفائدة بسيطة.

القسم الثاني: العمليات المالية في الأجل الطويل.

- الفصل1: الفائدة المركبة.
- الفصل2: خصم وتسوية الديون بفائدة مركبة.
- الفصل3: الدفعات المالية.
- الفصل4: إهتلاك القروض.

القسم الثالث: سلاسل تمارين الأعمال الموجهة

الفصل الثاني:

خصم الديون بفائدة البسيطة

الفصل الثاني: خصم الديون بفائدة بسيطة:

1. **تعريف الخصم.**
2. **أنواع الخصم.**
3. **العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي.**
4. **تطبيق Agio.**
5. **المقارنة بين شروط الخصم بين بنكين أو أكثر.**

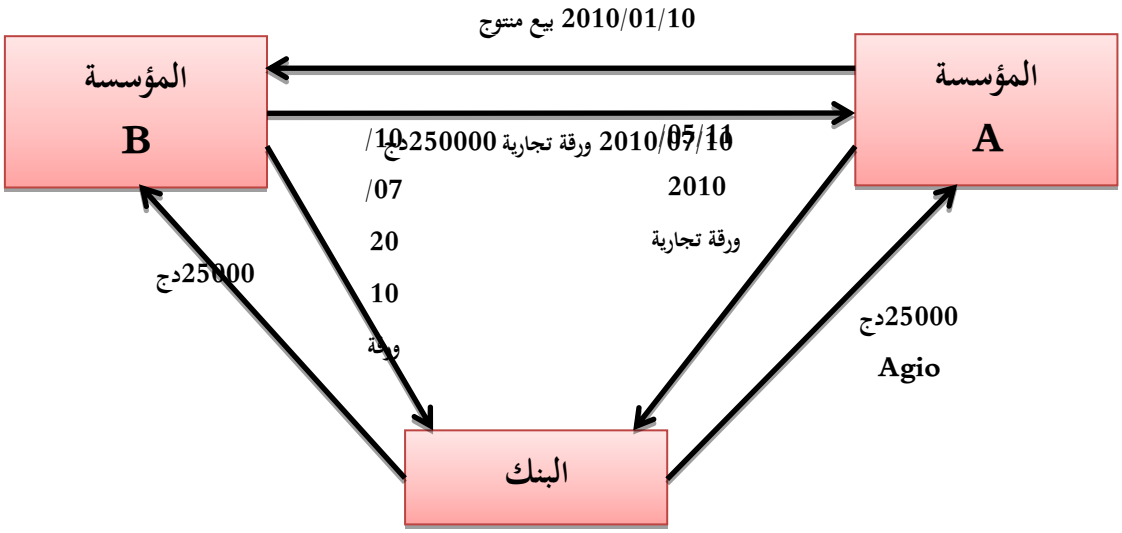
1. تعريف الخصم:

الخصم كعملية يعتبر الإجراء الذي يسمح لحامل الورقة التجارية أن يحولها إلى سيولة قبل تاريخ الإستحاق، وكمبلغ يعبر عن القيمة يقتطعها البنك أو الجهة التي قبلت الخصم على أساس معدل فائدة معين.والمدة التي تفصل بين تاريخ الخصم وتاريخ الإستحقاق تسمى مدة الخصم.

ويعرف الخصم قانونيا بأنه العملية التي بواسطتها يضع البنك تحت تصرف العميل مبلغ في شكل أوراق تجارية قبل تاريخ إستحقاقها مع خصم وإقتطاع فائدة.

مثال: في 2010/01/10 قامت المؤسسة (A) ببيع منتوج للمؤسسة (B) بمبلغ قدره 25000دج، على أن تسدد قيمتها في 2010/07/10 حيث قامت هذه الأخيرة بتحرير ورقة تجارية لفائدة المؤسسة (A) مستوفية كل الشروط القانونية التي تعترف في محتواها بدينها تجاه المؤسسة (A).

وبتاريخ 2010/05/11 إحتاجت لهذا البلغ حيث أدى بالمؤسسة أن تتجه للبنك وتعرض عليه شراء هذه الورقة التجارية، وبعد التأكد من صحة الورقة يقوم البنك بدفع قيمة هذه الورقة إلى المؤسسة مع إقتطاع مبلغ يسمى مصاريف الخصم أو الأجيو ، وبعد ذلك يكون البنك هو المالك الوحيد لهذه الورقة ولن نتحصل على قيمتها إلا في 2010/07/10 ويطلق على هذه العملية بخصم الورقة التجارية والذي نوضحه بالشكل التالي:



عملية خصم الأوراق التجارية

- القيمة المكتوبة على الورقة التجارية والمقدرة ب ـ250000دج تسمى بالقيمة الإسمية ونرمز لها بالرمز (V_n).
- تاريخ 2010/01/10 يسمى بتاريخ العقد.
- تاريخ 2010/05/11 يسمى بتاريخ المفاوضات.
- تاريخ 2010/07/10 يسمى بتاريخ الإستحقاق.
- المدة التي تفصل بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الإستحقاق يطلق عليه بمدة الخصم.

وعليه يمكن تعريف الخصم التجاري عل أنه هو سعر الخدمات المقدمة من طرف البنك أي الفائدة المحسوبة على أساس القيمة الإسمية المسجلة على الورقة التجارية V_n وعلى أساس معدل الخصمt إلى المدة n والمحسوبة أو الفاصلة بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الإستحقاق مع العلم ان معدل الفائدة يفرض من طرف البنك.

2. أنواع الخصم:

الخصم نوعان:

أ. الخصم التجاري:

يمكن إعتبار الخصم التجاري على أنه فائدة القيمة الإسمية عن الفترة الممتدة من تاريخ التصفية لتاريخ الإستحاق، وتحديد قيمة الخصم يكون وفقا للعلاقة التالية:

$$En = Vn \cdot T \cdot n$$

E_C:الخصم التجاري.

V_n : القيمة الإسمية.

t : معدل الخصم.

n : مدة الخصم.

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{12}$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360}$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{Dj/m}$$

$$Dj = \frac{3600}{t}$$

- **القيمة الحالية التجارية :** هي عبارة عن الفرق بين القيمة الإسمية للدين ومقدار الخصم التجاري ونرمز لها بالرمز.

بحيث:

$$Va = Vn - Ec$$

$$Va = Vn - Vn\ Tn$$

$$Va = Vn(1 - Tn)$$

$$Va = Vn - \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$Va = \frac{DVn - Vn \cdot n}{D}$$

مثال1: ورقة تجارية محررة في 2010/04/15 تستحق الدفع في 2010/08/08، قيمتها الإسمية 20000دج خصمت في 10/06/09 بمعدل 6%سنويا.

المطلوب: إيجاد قيمة الخصم التجاري، والقيمة الحالية التجارية.

$$Vn = 20000$$

$$t = 6\%$$

$$n = 60_{\text{يوم}}$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360}$$

$$Ec = \frac{20000 \times 0{,}06 \times 60}{360}$$

$$= \frac{20000 \times 60}{Dj}$$

$$Dj = \frac{36000}{6}$$

$$\frac{Vn \cdot n}{Dj} = \frac{20000 \times 60}{6000}$$

$$Ec = 2000$$

القيمة الحالية التجارية:

$$Va = Vn - Ec$$

$$Va = 20000 - 200$$

$$Va = 19800$$

$$Va = Vn\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

$$Va = 20000\left(\frac{6000-60}{6000}\right)$$

$$Va = 19800$$

مثال2:سند تجاري محرر في 04/30 يستحق الدفع 07/25 بلغ خصمه التجاري بمعدل 10%سنويا، 500000دج. ماهي القيمة الإسمية لهذا السند إذا تم تقديمه للخصم بتاريخ 05/26 من نفس السنة.

مثال3:سند قيمة الإسمية12000دج سيتحق الدفع في 10/04/25 خصم في 01/15 بمعدل خصم ما، وقد بلغت قيمته الحالية التجارية 11700دج. ماهو الخصم المطبق.

مثال04: سند قيمته 6000دج حصم بمعدل 6%وبلغت قيمته الحالية 5920دج، أوجد تاريخ الخصم إذا علمت أنه يستحق في 2009/12/03.

ب. الخصم الحقيقي (الصحيح):

رأينا في المثال السابق (1) أن البنك بتاريخ 09 جوان ومعدل خصم 6% قدم لصاحب الورقة التجارية 19800دج مسقطعا من القيمة الإسمية والتي تقدرب20000دج خصما قدره 200دج، وهكذا قام بإحتساب فائدته على أساس القيمة الإسمية 20000دجوليس على أساس القيمة الحالية أي القيمة الحقيقية التي أفترضفعلا ومن المنطق أن الخصم يحسب على أساس القيمة الحالية الحقيقية للسنة ، المقدم من طرف البنك ، وليس على

أساس القيمة الإسمية ، من هذه الملاحظة تبرر لنا وجود الخصم التجاري يسمى بالخصم العقلا ني أو الرشيد أو الحقيقي أو الصحيح، وقيمة حالية أخرى تسمى القيمة الحالية الحقيقية.

- **تعريف الخصم الحقيقي:**

يعرف الخصم الحقيقي على أنه فائدة القيمة الحالية الحقيقية من تاريخ الخصم حتى تاريخ الإستحقاق، ويمكن تحديد علاقة الخصم الحقيقي بالعلاقة التالية:

الخصم الحقيقي = القيمةالحاليةالحقيقية × معدل الخصم × المعدل

$$Er = Va \cdot ́t \cdot n$$

حيث:

Er:الخصم الحقيقي.

Va':القيمة الحالية الحقيقية.

$$Va' = Vn - Er$$

ويكتب أيضا:

بالسنوات:

$$Er = Va' \cdot t \cdot n$$

بالأشهر:

$$Er = \frac{Va' \cdot t \cdot n}{12}$$

بالأيام:

$$Er = \frac{Va' \cdot t \cdot n}{360}$$

$$Er = \frac{Va' \cdot n}{D}$$ ← النمروالقاسم

- **الخصم الحقيقي بدلالة Vn**:

$$Er = f(Vn)$$

$$Va = Vn - Er \rightarrow Vn = Va' + Er \ldots.(1)$$

$$Vn = Va' + \frac{Va'\ t \cdot n}{360}$$

$$Vn = \frac{360Va' + Va'tn}{360}$$

$$Vn = Va'\left(\frac{360 + tn}{360}\right)$$

$$Va' = \frac{Vn \times 360}{360 \times t \cdot n} \ldots.(2)$$

$$Vn = Va' + ER \rightarrow Vn = Va' + \frac{Va' \cdot n}{D}$$

$$Vn = D\ Va' + Va'\ n$$

$$Va' = \frac{Vn\ D}{D + n} \ldots.(3)$$

$$Er = Vn - Va' \ldots.(4)$$

بتعويض (2) في المعادلة (4):

$$\mathrm{Er} = \mathrm{Vn} - \frac{\mathrm{Vn360}}{360 + \mathrm{t} \cdot \mathrm{n}}$$

$$Er = \frac{Vn360 + Vnt \cdot n - Vn360}{360 + t \cdot n}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360 + tn}$$

بتعويض (3) في المعادلة (4)نجد:

$$\mathrm{Er} = \mathrm{Vn} - \frac{\mathrm{Vn\ D}}{\mathrm{D + n}}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot D + Vn \cdot n - Vn \cdot D}{D + n}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D + \mathrm{n}}$$

مثال: نفس معطيات المثال السابق أوجد الخصم الحقيقي والقيمة الحالية الحقيقية Va' .

حساب الخصم:

$$Er = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360 + t\ n}$$

$$Er = \frac{20000 \cdot 0{,}06 \cdot 60}{360 + 0{,}06 \cdot 60}$$

$$Er = 198{,}01$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D \cdot n}$$

$$Er = \frac{20000 \times 60}{6000 \times 60}$$

$$Er = 198{,}01$$

حساب القيمة الحقيقية:

$$Va' = Vn - Er$$

$$Va' = 20000 - 198{,}01$$

$$Va' = 19801{,}99$$

3. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

✓ **مقارنة بين الخصمين:**

من المثال السابق نجد أن:

- Ecأكبر من Er.
- Và أكبر من Va.

✓ **القسمةEc/Er:**

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D + n}$$

$$\frac{Ec}{Er} = \frac{\frac{Vn \cdot n}{D}}{\frac{Vn \cdot n}{D + n}}$$

$$= \frac{Vn \cdot n}{D} \times \frac{D + n}{Vn \cdot n}$$

$$\frac{Ec}{Er} = \frac{D + n}{D}$$

✓ **الفرق بينEc –Er:**

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D+n}$$

$$Ec - Er \rightarrow \frac{Vn \cdot n}{D} - \frac{Vn \cdot n}{D+n}$$

$$\rightarrow \frac{Vn \cdot n(D+n) - Vn \cdot n \cdot D}{D(D+n)}$$

$$\rightarrow \frac{Vn \cdot n + Vn \cdot n^2 - Vn \cdot n \cdot D}{D(D+n)}$$

$$Ec - Er = \frac{Vn \cdot n^2}{D(D+n)}$$

✓ **العلاقة بين الخصمين والقيمة الإسمية:**

$$Vn = f(Ec \cdot Er)$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{D} \rightarrow n = \frac{Ec \cdot D}{Vn} \dots (1)$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D+n} \rightarrow Er\ D + Er\ n = Vn \cdot n$$

$$\rightarrow ErD = Vn \cdot n - Er \cdot n$$

$$\rightarrow Er\ D = n(Vn - Er)$$

$$\rightarrow n = \frac{Er\ D}{Vn - Er}$$

بالمساواة بين (1) و(2):

$$\frac{\mathrm{Ec\ D}}{\mathrm{Vn}} = \frac{\mathrm{Er\ D}}{\mathrm{Vn - Er}}$$

$$Ec(Vn - Er) = Vn\ Er$$

$$Ec\ Vn - Ec\ Er = Vn\ Er$$

$$Ec\ Vn - Vn\ Er = Ec \cdot Er$$

$$Vn(Ec - Er) = Ec \cdot Er$$

$$Vn = \frac{Ec \cdot Er}{Ec - Er}$$

4. تطبيق الآجيو:

مصاريف الخصم تسمى بالآجيو يحصل البنك عند خصم الأوراق التجارية إضافة للخصم التجاري على عملات لقيامه بعملية الخصم، كما يحصل أيضا على مصاريف تسمى مصاريف التحصيل مجموع هذه المصاريف أو التكاليف التي ينقضاها البنك عند قيامه بعملية الخصم تسمى بالآجيو

الآجيو= الخصم التجاري +العملات +الرسوم

AgoiTotol=Ec+Commission+impot

أ. **محتويات الآجيو:**

- **الخصم التجاري:** هو سعرالخدمات المقدمة من طرف البنك وتتم هذه العملية داخل البنك.

$$\mathrm{Ec} = \frac{\mathrm{Vn \cdot t \cdot n}}{36000} = \frac{\mathrm{Vn \cdot n}}{\mathrm{D}}$$

- **العمولات:** هي مجموع التكاليف الناتجة عن عملية الخصم ومن بينها:

- **العمولات المرتطبة بالزمن:** وهي عملات مرتبطة بالسند أو الورقة التجارية ، تحسب تماما كالخصم التجاري ، أي على أساس معدل العمولة t' وعلى أساس القيمة الإسمية Vn وعلى أساس n المدة التي تفصل بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الإستحقاق ومثل هذه العملات نجد عمولة التظهير (أي الكتابة على ظهر الورقة التجارية وأخذ عمولة عليها).

$$Com_1 = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{36000}$$

- **العمولات الغير مرتبطة بالزمن:** تحسب فقط على أساس القيمة الإسمية Vn ومعدلة العمولة، مثل هذه العمولات، عمولة تحويل المكان (إذا كان المدين يقيم في منطقة ليس للبنك فروع فيها)

$$\text{Com}_2 = \frac{Vn \cdot t}{100}$$

- **العمولات الثابتة:** وعادة تعطى بمبلغ مباشر، مثل كشف الرصيد، مثلا:

$$\text{Com Fix} = 10DA$$

- **الرسوم:** وهي مصاريف أخرى تحسب على أساس القيمة الصافية Vnet.

$$Vnet = Vn - [Ec + commission]$$

$$Impot = Vnet \times \text{معدل الرسم}$$

مثال: في تاريخ 2010/11/18 قمنا بخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية $60000DA$، تستحق في 2011/01/25، شرط الخصم كانت كالتالي:

- معدل الخصم4%.
- عمولة التظهير0.4%.
- عمولة تحويل المكان0.6%.
- عمولة ثابتة تقدر بـ240دج.
- *أحسب قيمة* Agoi Total *إذا كان معدل الرسم يقدر* 8%.

الحل:

$$Vn = 60000DA$$

$$t = 4\%$$

$$t' = 0.4\%$$

$$n = 68$$

$$t'' = 0{,}6\%$$

$$Com\ Fix = 24DA$$

معدل الرسم 8%

حساب الأجيو الكلي:

$$\text{Agoi} = \text{Ec} + Com1 + \text{Com2} + \text{Com Fix} + \text{Impot}$$

$$\text{Ec} = \frac{\text{Vn} \cdot \text{t} \cdot \text{n}}{36000}$$

$$Ec = \frac{60000 \cdot 4 \cdot 68}{36000}$$

$$Ec = 453{,}33$$

$$Com1 = \frac{Vn \cdot t' \cdot n}{36000} = \frac{60000 \cdot 0{,}4 \cdot 68}{36000}$$

$$Com1 = 45{,}33$$

$$Com2 = \frac{Vn \cdot t''}{1000} = \frac{60000 \cdot 0{,}6}{1000}$$

$$Com2 = 36$$

$$Vnet = Vn - [Ec + commission]$$

$$Vnet = 60000 - 453{,}33 + 105{,}33$$

$$Vnet = 59441{,}34$$

$$Impot = Vnet \times \text{معدل الرسم}$$

$$Impot = 59441{,}34 \times 0{,}08$$

$$Impot = 4755,30$$

$$Agoi = Ec + Commission + Impot$$

$$Agoi = 453,33 + 105,33 + 4755,30$$

$$Agoi = 5313,96DA$$

ملاحظات:

- ✓ **حساب عدد الأيام:** التي يجب على أساسها الخصم هي عدد الأيام التي تفصل بين تاريخ الخصم والإستحقاق مع إهمال إحداهما.
- ✓ للإستعمال يستوجب أيضا أخذ السنة التجارية (360يوم)، وتحسب أيامها الحقيقية
- ✓ **الحد الأدنى للأيام:** عند تقديم ورقة تجارية للخصم فإن البنك يحسب لها الفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم والإستحقاق، وإذا لم تصل هذه المدة عدد أدنى من الأيام فإن البنك يحسب ويطبق الحد الأدنى للأيام، حيث حددت المدة الأدنى ب 10 أيام للورقة في عين المكان، وب 20 يوم خارج المكان.مثال: من 05/18 إلى 25 /05.
- ✓ مجموع العمولات والرسوم لها فعالية في زيادة المعدل الذي تتحمله المؤسسة أوالمستفيد الأول، عند عملية الخصم ويمكن التعبير عن معدل مجموع التكاليف المترتبة عن الخصم بالمعدل الحقيقي ، والذي نرمز له بالرمزt_rوالذي يحسب على أساس كل التكاليف التي تأدي لعملية الخصم، أي على أساس الأجيو.

$$Agoi = \frac{Vn \cdot Tr \cdot n}{36000}$$

$$Tr = \frac{Agoi \cdot 36000}{Vn \cdot n}$$

$$Agoi = Ec + Com1 + Com2 + Com\ Fix$$

$$\frac{\mathrm{Vn}\cdot\mathrm{Tr}\cdot\mathrm{n}}{36000}=\frac{\mathrm{Vn}\cdot\mathrm{t}\cdot\mathrm{n}}{36000}+\frac{Vn\cdot t'\cdot n}{36000}+\frac{Vn\cdot t''}{100}+\mathrm{Com\ Fix}$$

$$\frac{\mathrm{r}\cdot\mathrm{n}}{00}=\frac{\mathrm{Vn}\cdot\mathrm{t}\cdot\mathrm{n}}{36000}+\frac{Vn\cdot t'\cdot n}{36000}+\frac{Vn\cdot t''}{100}$$

$$\times\frac{n\cdot 360}{n\cdot 360}+\frac{ComFix\cdot n\cdot Vn\cdot 36000}{n\cdot Vn\cdot 36000}$$

$$t+t'+\frac{360t''}{n}+\frac{36000Com\ Fix}{n\cdot Vn}$$

$$+\frac{3600Impot}{n\cdot Vn}$$

مثال: القيمة الإسمية الورقة 60000دج، تستحق بعد 60يوم، شروط الخصم كانت كالتالي:

- معدل الخصم4%.
- عمولة التظهير0.4%.
- عمولة تحويل المكان0.6%.
- عمولة ثابتة تقدر بـ240دج.

أحسبالأجيو والقيمة الصافية إذا كان الرسم يقدرب 8%.

الحل:

$$Vn = 60000DA$$

$$t = 4\%$$

$$t' = 0.4\%$$

$$t'' = 0{,}6\%$$

$$Com\ Fix = 24DA$$

معدل الرسم8%

$$\text{Agoi } T = \text{Ec} + Com1 + \text{Com2} + \text{Com Fix} + \text{Impot}$$

$$\text{Ec} = \frac{\text{Vn} \cdot \text{t} \cdot \text{n}}{36000}$$

$$Ec = \frac{60000 \cdot 0{,}04 \cdot 60}{36000}$$

$$Ec = 400$$

$$Com1 = \frac{Vn \cdot t' \cdot n}{36000} = \frac{60000 \times 0{,}4 \times 60}{36000}$$

$$Com1 = 40$$

$$Com2 = \frac{Vn \cdot t''}{1000} = \frac{60000 \times 0{,}6}{1000}$$

$$Com2 = 36$$

$$Impot = Vnet \times \text{معدل الرسم}$$

$$Vnet = Vn - [Ec + com1 + com2 + comFix]$$

$$Vnet = 60000[476 + 24]$$

$$Vnet = 59500$$

$$Impot = \frac{5950 \times 8}{100}$$

$$Impot = 4760$$

$$\text{Agoi } T = \text{Ec} + Com1 + \text{Com2} + \text{Com Fix} + \text{Impot}$$

$$\text{Agoi } T = 400 + 40 + 36 + 24 + 4760$$

$$\text{Agoi } T = 5260$$

ط1:

$$Agoi = \frac{Vn \cdot Tr \cdot n}{36000}$$

$$Tr = \frac{Agoi \cdot 36000}{Vn \cdot n}$$

$$Tr = \frac{5260 \cdot 60}{60000 - 60}$$

$$Tr = 52{,}6$$

ط2:

$$Tr = t + t' + \frac{360t''}{60} + \frac{36000com\ Fxi}{Vn \times n} + \frac{36000Impot}{Vn \times n}$$

$$Tr = 4 + 0{,}4 + \frac{360.0{,}6}{600} + \frac{36000 \times 24}{60000 \times 60} + \frac{36000 \times 4760}{60000 \times 60}$$

$$Tr = 52{,}6$$

5. المقارنة بين شروط الخصمبين بنكين أو أكثر:

لدينا بمكان يفرضان الشروط التالية:

- البنك Aيفرض معدل خصم يقدر ب4,3%معدل تظهير0,4%، معدل تحويل المكان 0,5%.
- البنك Bيفرض معدل خصم يقدر ب4,9% معدل تظهير0,4%، معدل تحويل المكان0,4%.

ورقة تجارية تخصم بعدnيوم.

❖ عبر بدلالةn عن المعدل الحقيقي للخصم لكل بنك.

❖ بين عن طريق عدد الأيام ماهو البنك الذي يحقق أفضل الشروط.

البنك: A

$$t_A = 4{,}3\% \, , t_{A'} = 0{,}4\%, t_{A''} = 0{,}5$$

البنك: **B**

$$t_B = 4{,}3\% \, , t_{B'} = 0{,}4\%, t_{B''} = 0{,}5$$

$$t_A = t_A + t_{A'} + \frac{360\ t''}{n}$$

$$t_a r = 4{,}3 + 0{,}4 + \frac{360 \times 5}{n}$$

$$t_a r = 4{,}7 + \frac{180}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{n} > 0{,}6$$

$$36 > n \times 0{,}6$$

$$n < 60$$

$t_A > t_B$: إذا $n < 60$-

نتوجه إلى البنك B

$t_A > t_B \ \ n < 60$ نتوجه إلى البنك B

$t_{r\,a} = t_{r\,b} \ n = 60$ البنك A أو B