

---

# Plan du cours

## □ Magnétisme sans interaction

- Magnétisme atomique: du classique au quantique
- Moments magnétiques localisés

## □ Magnétisme localisé en interaction

- Interactions d'échange
- Modèle de champ moyen du ferromagnétisme
- Hystérésis et transitions méta-magnétiques

## □ Au delà du champ moyen

- Hamiltonien d'Heisenberg: du classique au quantique
- Ondes de spin ferromagnétiques et antiferromagnétiques

## □ Magnétisme itinérant

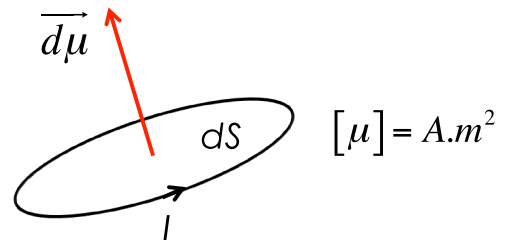
- Instabilité magnétique de Stoner
  - Phases onde de densité de spin
-

# Moment magnétique classique

moment magnétique élémentaire

$$\vec{d\mu} = I \vec{dS}$$

anneau de courant = dipôle magnétique  
orienté perpendiculairement au plan de l'anneau



mouvement de charge = mouvement de masse

moment cinétique associé

$$\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$$

$$\vec{\mu} \parallel \vec{L} \parallel \vec{dS}$$

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$

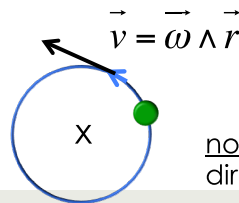
$\gamma$ : facteur gyromagnétique

modèle classique de l'orbite électronique circulaire

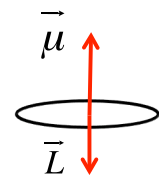
$$\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{r} = m \omega r^2 \vec{u}_z$$

$$\vec{\mu} = I \vec{S} = e \frac{\omega}{2\pi} \times \pi r^2 \vec{u}_z = \frac{e \omega r^2}{2} \vec{u}_z$$

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2m} \vec{L}$$



note:  $e < 0$  donc direction opposée!

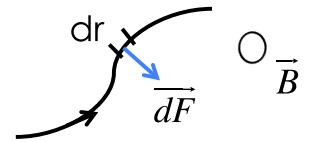


$$\vec{\mu} = -\frac{|e|}{2m} \vec{L}$$

## Moment magnétique classique

Sous champ B:

force de Laplace (charge ponctuelle):  $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$



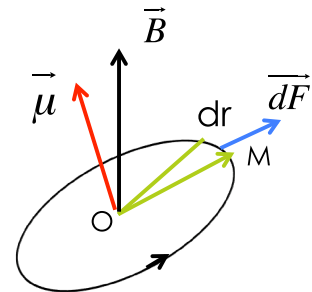
force agissant sur un fil dr:  $d\vec{F} = dn \times e\vec{v} \wedge \vec{B} = \lambda dr \times e\vec{v} \wedge \vec{B} = I d\vec{r} \wedge \vec{B}$

Sur un contour fermé (boucle)

$$\vec{F} = \oint d\vec{F} = \vec{0}$$

$$d\vec{M}_{F/O} = \vec{OM} \wedge d\vec{F} = \vec{OM} \wedge I d\vec{r} \wedge \vec{B} = I d\vec{S} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{M}_{F/O} = \oint d\vec{M}_{F/O} = \vec{C} = I \vec{S} \wedge \vec{B} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$$



Un couple s'exerce sur le dipôle magnétique: dynamique

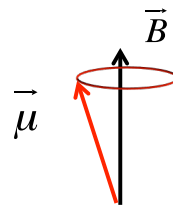
## Dynamique classique: précession de Larmor

équation du mouvement: théorème du moment cinétique

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M} = \vec{\mu} \wedge \vec{B} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \vec{\mu} \wedge \vec{B}} \quad \text{dynamique classique du moment magnétique (pas de dissipation)}$$

mouvement de précession du moment  $\vec{\mu}$  autour du champ  $\vec{B}$

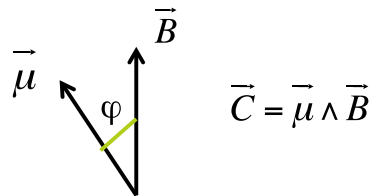
précession classique de Larmor



## Moment magnétique classique: thermodynamique

travail du couple magnétique:

$$W = \int_0^\varphi C d\theta = \int_0^\varphi \mu B \sin \theta d\theta = \mu B (1 - \cos \varphi)$$



**énergie potentielle**

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

note: n'inclut pas l'énergie électromagnétique

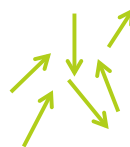
**moment magnétique**

$$\vec{\mu} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{B}}$$

assemblée de moments magnétiques

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$$

$$U = -\frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i \cdot \vec{B} = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$



**→ aimantation macroscopique**

$$\vec{M} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{B}}$$

## Thermodynamique d'un système magnétique classique

**Energie interne: équation d'état**  $dU = TdS - MdB$  (moment dans un champ non-uniforme)

**Energie libre**  $F = U - TS \quad \longrightarrow \quad dF = -SdT - MdB$

Fonction de partition d'un système de N électrons

$$Z = \int dr_1 \dots \int dr_N \int dp_1 \dots \int dp_N e^{-\beta U(r_1, \dots, p_N)} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

 **énergie libre**  $F = -k_B T \ln Z$

**aimantation**  $M = - \left( \frac{\partial F}{\partial B} \right)_T = k_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial B} \right)_T$

Note: à T=0K

$$M = - \frac{\partial U}{\partial B} = - \frac{\partial F}{\partial B}$$

## Le magnétisme classique existe t'il?

Théorème de Bohr-van Leeuwen: de l'impossibilité d'une aimantation macroscopique dans un système électronique classique (1911 Bohr / 1919 van Leeuwen)

$$Z = \int dr_1 \dots \int dr_N \int dp_1 \dots \int dp_N e^{-\beta U(r_1, \dots, p_N)}$$

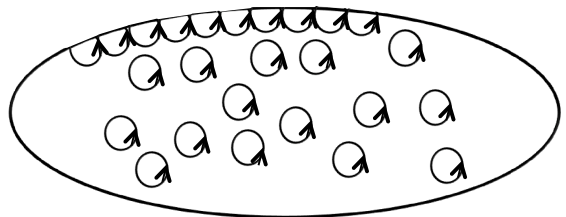
Impulsion généralisée sous champ magnétique  $\vec{p}_i \rightarrow \vec{p}_i - e\vec{A}_i$

Z est inchangée car uniquement un décalage de l'intégration sur les  $p_i$

Z et F sont indépendants de A (B)  $\longrightarrow M = -\left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_T = k_B T \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial B}\right)_T = 0$

image classique:

compensation des moments magnétiques du volume par le moment magnétique associée aux orbites périphériques qui font « des ricochets »



---

## Origine quantique du magnétisme électronique

La présence de moments magnétiques électroniques doit être justifiée d'un point de vue quantique

### QUANTUM MECHANICS

### THE KEY TO UNDERSTANDING MAGNETISM

Nobel Lecture, 8 December, 1977

J.H. VAN VLECK

Harvard University, Cambridge, Massachusetts, USA

➡ Le magnétisme est un effet quantique

2 types de magnétisme:

- Magnétisme itinérant: les électrons sont délocalisés (métaux). espace des k (bandes)
  - Magnétisme localisé: espace réel (isolants/ interactions fortes)
-



## Magnétisme atomique quantique

électron de l'atome d'H sous champ magnétique uniforme (ignore spin)

$$\vec{p} = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$$

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}) \quad H = \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + V(\vec{r}) = H_0 - \frac{e}{2m} (\vec{A} \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \vec{A}) + \frac{e^2}{2m} A^2 \quad e < 0$$

relation d'anti-commutation  $\vec{A} \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \vec{A} = \vec{A} \cdot \vec{p} + \frac{\hbar}{i} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{\nabla}) = 2\vec{A} \cdot \vec{p} + \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A}\psi) = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}\psi + \vec{A} \cdot \vec{\nabla}\psi$$

jauge de Coulomb  $\vec{A} = \frac{\vec{B} \wedge \vec{r}}{2} \longrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{r}) = \frac{1}{2} ((\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \vec{r} - \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{r})) = 0$  si B est constant

$$H = H_0 - \frac{e}{m} \vec{A} \cdot \vec{p} + \frac{e^2}{2m} A^2 = H_0 - \frac{e}{m} \frac{(\vec{B} \wedge \vec{r}) \cdot \vec{p}}{2} + \frac{e^2}{8m} (\vec{B} \wedge \vec{r})^2 \quad \text{moment cinétique} \quad \boxed{\hbar \vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}}$$

relation cyclique  $(\vec{B} \wedge \vec{r}) \cdot \vec{p} = \vec{B} \cdot (\vec{r} \wedge \vec{p}) = \hbar \vec{B} \cdot \vec{L}$

$$\longrightarrow H = H_0 - \frac{\hbar e}{2m} \vec{B} \cdot \vec{L} + \frac{e^2}{8m} (\vec{B} \wedge \vec{r})^2 = H_0 + \mu_B \vec{B} \cdot \vec{L} + \frac{e^2}{8m} (\vec{B} \wedge \vec{r})^2 \quad \boxed{\mu_B = \frac{\hbar |e|}{2m}}$$

Magnéton de Bohr

# Diamagnétisme et paramagnétisme atomique

$$H = H_0 + \underbrace{\mu_B \vec{B} \cdot \vec{L}} + \underbrace{\frac{e^2}{8m} (\vec{B} \wedge \vec{r})^2}$$

terme paramagnétique  
 $H_z$  en B

terme diamagnétique  
 $H_{dia}$  en  $B^2$

$l=0$

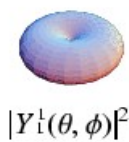
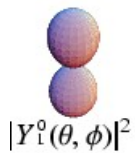


états propres de  $H_0$   $\psi(\vec{r}) = R_{nl}(r) \cdot Y_l^m(\theta, \phi)$

Partie radiale

Harmonique sphérique

$l=1$



bons nombres quantiques pour  $H_0$ :  $n$ ,  $l$  et  $m_l$

$l=2$

