①

عدد الرموز التي يمكن تشكيلها والمكونة من أربعة حروف على الأكثر هي:

$E = \{A, B, \dots, Z\}$, $n = 26$

$\square + \square\square + \square\square\square + \square\square\square\square$

26 حالة ، $26 \cdot 26$ ، $26 \cdot 26 \cdot 26$ ، $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26$

نستعمل القائمة: (n^p) [عدد العناصر مأخوذة بالإرجاع]

$(26)^1 + (26)^2 + (26)^3 + (26)^4$ [عدد الرموز].

$\square\square \quad \square\square\square$

$26 \cdot 25 \quad 9 \cdot 10 \cdot 10$

$= 26 \cdot 25 \, (9)^1 (10)^2$

$= A_{26}^2 \, 9 (10)^2$ قائمة تامة

ترتيبة

أ) $2 \cdot A_4^2 = 24$ ب) $= A_4^1 (4)^2$

1) $\frac{8!}{2!2!2!1!1!}$ = التبديلة ذات التكرار (ونستعملها لتجنب تكرار الحالات المتشابهة.

[illegible] لدينا:

5 حروف صامتة Consonne : $2S, 2C, 1N$.

3 حروف متحركة Voyelle : $1I, 2E$.

$= \frac{A_5^2 \cdot 6!}{2!2!2!1!1!}$

لاحظ: $A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$

20 طريقة لاختيار حروف صامتة في أول الكلمة وآخرها والباقي تبديلة فيما بينهم $6!$.

٤- $= \dfrac{A_5^1 \cdot 6! \cdot A_3^1}{1!\,1!\,2!\,2!\,2!}$

لاحظ: $A_5^1 = 5$ 5 طرق لاختيار حرف ساكن

$A_3^1 = 3$ 3 طرق لاختيار حرف متحرك

والباقي تبديلة فيما بينهم.

٢- أ- $C_7^2 \cdot C_6^4$.

ب- $C_7^2 C_6^4 + C_7^1 C_6^5 + C_7^0 C_6^6$.

جـ- $C_7^2 C_6^4 + C_7^3 C_6^3 + C_7^4 C_6^2$.

٣- أ- C_8^3 (لايهم الترتيب). ب- A_8^3 (لا يهم الترتيب).

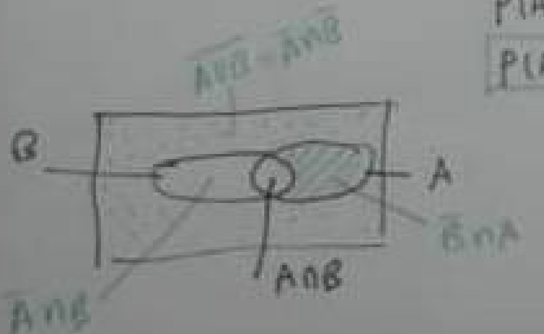
الفضاء الاحتمالي.

١- لدينا: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$0{,}5 = 0{,}2 + 0{,}4 - P(A\cap B)$

$P(A\cap B) = 0{,}6 - 0{,}5 = 0{,}1$

$\boxed{P(A\cap B) = 0{,}1}$



٢- من الرسم لدينا:

$B = (\bar{A}\cap B)\cup(A\cap B)$

$P(B) = P(\bar{A}\cap B) + P(A\cap B)$

$0{,}4 = P(\bar{A}\cap B) + 0{,}1$

$\boxed{P(\bar{A}\cap B) = 0{,}3}$

٣- $P(A\cap\bar{B})$ ؟ نفس الطريقة $A = (A\cap\bar{B})\cup(A\cap B)$

$P(A) = P(A\cap\bar{B}) + P(A\cap B)$

$0{,}2 = P(A\cap\bar{B}) + 0{,}1$

$\boxed{P(A\cap\bar{B}) = 0{,}1}$

[illegible]

3

4- $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B)$ [من الرسم]

$P(\bar{A}\cap\bar{B}) = 1 - 0,5$

$\boxed{P(\bar{A}\cap\bar{B}) = 0,5}$

[illegible]

1- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2- $P(1) = \boxed{\frac{1}{6}}$ ...... $P(5) = \boxed{\frac{1}{6}}$ $P(6) = \boxed{\frac{1}{6}}$

الحصول على 5   الحصول على 6

3- $P(5\cup 6) = P(5) + P(6) - P(5\cap 6)$ قانون Poincaré

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - 0 = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$

4- احتمال عدم ظهور 6: $P(\bar{6}) = 1 - P(6)$ الحادثة العكسية.

$= 1 - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}$

5- احتمال الحصول على عدد أقل من 4؟

$P(A) = \frac{3}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$

[illegible]

1- $P(R) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. 2- $P(B) = \frac{3}{10}$. 3- $P(V) = \frac{2}{10}$

4- $P(\bar{V}) = 1 - \frac{2}{10}$

$= \frac{8}{10}$

5- $P(V\cup\bar{V}) = P(V) + P(\bar{V}) - P(V\cap\bar{V})$

$= \frac{2}{10} + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} = 1$ حادث أكيد

[illegible]

$P(A) = \frac{C_{10}^{2}\, C_{15}^{3}}{C_{25}^{5}}$

[illegible]

1) الحصول على الرقم 6 [يقصد بالسؤال الحصول على الرقم 6 مرة واحدة على الأقل]

يعني قد يظهر مرة واحدة: [X][ ][ ] أو [ ][X][ ] أو [ ][ ][X]

أو يظهر مرتين: [ ][X][X] أو [X][ ][X] أو [X][X][ ]

" " ثلاثة مرات: [X][X][X]

لدينا: عدد الحالات $\Omega = \{(1,1,1), (1,1,2), \ldots\ldots\ldots (6,6,6)\}$

$6^3 = 216$.

نحسب هذا الاحتمال بالحالة العكسية لدينا: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

④

لاحظ: A: الحصول على الرقم ⑥ مرة واحدة على الأقل

$\bar{A}$: عدم الحصول على الرقم ⑥

$$P(A) = \underline{1 - P(\bar{A})} = 1 - \left[\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right]$$

$$= \boxed{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3}$$

ع- احتمال الحصول على الرقم ⑥ مرة واحدة:

$\boxed{*}\boxed{1}\boxed{\ }$ أو $\boxed{\ }\boxed{*}\boxed{\ }$ أو $\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{*}$

$1 \cdot 5 \cdot 5$ $\quad 5 \cdot 1 \cdot 5$ $\quad 5 \cdot 5 \cdot 1$

حالات عدم ظهور العدد ⑥

حالات (ظهور)

لاحظ في كل حالة لدينا:

$$P(A) = \left(\frac{5^2}{6^3}\right) + \left(\frac{5^2}{6^3}\right) + \left(\frac{5^2}{6^3}\right) = 3 \cdot \frac{5^2}{(6^3)}$$

⑤. الحصول على الأقل وجهين متشابهين، ونلاحظ أن الحالات هنا كثيرة مثلا: $\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}$ $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}$ ......

ومنه نستعمل نفس طريقة السؤال الأول:

$$\boxed{P(A) = 1 - P(\bar{A})}$$

إذا كانت A "الحصول على الأقل وجهين متشابهين"

فإن: $\bar{A}$ جميع النتائج مختلفة "مثال" $\boxed{3}\boxed{1}\boxed{2}$

$$\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ }$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$= 1 - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{(6^3)} = 1 - \frac{120}{216}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{96}{216}}$$

4) مجموع الرميات يساوي عدد زوجي:

نعتبر أن: P عدد زوجي I عدد فردي: نعلم أن

[مجموع عددين فرديين مع عدد زوجي نحصل على عدد زوجي]

يعني الحالات التي يكون فيها المجموع زوجي هي:

$$\boxed{P\,|\,P\,|\,P} \text{ أو } \boxed{I\,|\,I\,|\,P} \text{ أو } \boxed{I\,|\,P\,|\,I} + \boxed{P\,|\,I\,|\,I}$$

$$3\cdot3\cdot3 \qquad 3\cdot3\cdot3 \qquad 3\cdot3\cdot3 \qquad 3\cdot3\cdot3$$

حالات زوجية   حالات فردية

$$P(A) = 4\left(\frac{3^3}{216}\right) = \frac{108}{216}$$

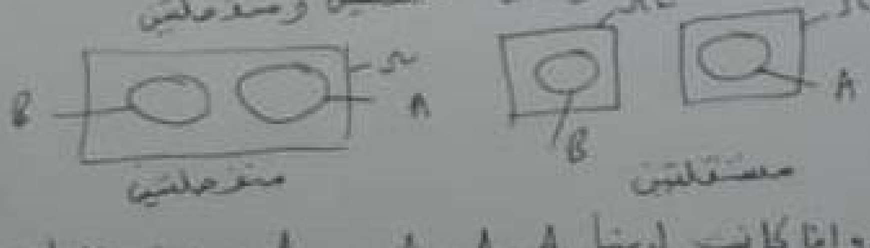
الاحتمالات المشروطة والاستقلالية

مثال: $P(A)=0.4$ ، $P(B|A)=0.5$ ، $P(A|B)=0.6$

ملاحظة: A ، B حادثتين مستقلتين $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

" " = منفصلتين $P(A\cap B)=P(\phi)=0$

فهناك فرق بين مستقلتين ومنفصلتين



- وإذا كانت لدينا $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ حوادث مستقلة مثنى مثنى

$$P(A_1\cap A_2\cap A_3 \dots \cap A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdots P(A_n)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$$

- وإذا كانت A ، B حادثتين مستقلتين يكون لدينا كذلك

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)\cdot \cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A)$$

⑥ $P(B/A) = \frac{P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)\cdot \cancel{P(A)}}{\cancel{P(A)}} = P(B)$ والعكس كذلك

ب - بالرجوع للسؤال هل الحادثتين A، B مستقلتين ماذا نلاحظ:

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = 0{,}4 = P(A)$$

ومنه A و B مستقلتين

② - لدينا:

$$P(B/A) = P(B) = 0{,}5$$

③

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

$$P(A\cup B) = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}4\cdot 0{,}5$$

$$\boxed{P(A\cup B) = 0{,}7}$$

$$P(A) = 1/2 \quad . \quad P(B) = 1/4 \quad . \quad P(C) = 1/8$$

-①

$$P(A\cap B\cap C) = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C) = 1/2 \cdot 1/4 \cdot 1/8$$

-②

$$P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - \overset{0}{P(A\cap B)} - \overset{0}{P(A\cap C)} - \overset{0}{P(B\cap C)} - \overset{0}{P(A\cap B\cap C)}$$

تعميم قانون ✓ Poincaré

$$P(A\cup B\cup C) = 1/2 + 1/4 + 1/8 = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

تذكير قانون بايز: Bayes

① . $$P(A/B) = \frac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(A)\cdot P(B/A) + P(\bar{A})\cdot P(B/\bar{A})}$$

أو:

② $$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j)\cdot P(B/A_j)}$$

ملاحظة: مقام قانون هو قانون الاحتمالات الكلية

$$P(B) = P(A)\cdot P(B/A) + P(\bar{A})\cdot P(B/\bar{A})$$

⑦ نعتبر أن B : المصباح تالف (فاسد)

A_1 : من انتاج الآلة ①

A_2 : 〃 〃 〃 ②

A_3 : 〃 〃 〃 ③

إذا أخذنا مصباح فقد يكون تالف من الآلة ① أو تالفا من الآلة ② أو تالف من الآلة ③ ونكتب:

$$P(B) = P(B \cap (A_1 \cup A_2 \cup A_3)) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3)$$

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)$$

(أي قانون الاحتمالات الكلية)

$$P(B) = 0,3 \cdot (0,04) + 0,4 (0,05) + 0,3 (0,04)$$

$$\boxed{P(B) = 0,035}$$

②. بالنسبة للسؤال الثاني نستطيع مباشرة قانون بايز الثاني:

$$P(A_3/B) = \frac{P(A_3) \cdot P(B/A_3)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)}$$

$$= \frac{0,3 \cdot 0,04}{0,035}$$

$$P(A_3/B) = \boxed{0,342}$$

القوانين الاحتمالية [illegible]

[illegible]

1. الأمل الرياضي

$$E(X) = \sum_{x=0}^{5} x \cdot P(X=x)$$

$$= 0 \cdot P(X=0) + 1 \cdot P(X=1) + 2 \cdot P(X=2) + \cdots + 5 \cdot P(X=5)$$

$$= 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,05$$

$$\boxed{E(X) = 1,85}$$

(8)

التباين:

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$E(X^2) = \sum x^2 \cdot P(X=x)$$

$$= 0^2 \cdot P(X=0) + 1^2 \cdot P(X=1) + 2^2 \cdot P(X=2) + 3^2 \cdot P(X=3) + 4^2 \cdot P(X=4) + 5^2 \cdot P(X=5)$$

$$= 0,3 + 4 \cdot 0,4 + 9 \cdot 0,1 + 16 \cdot 0,05 + 25 \cdot 0,05$$

$$= 4,85$$

$$V(X) = 4,85 - (1,85)^2$$

$$\boxed{V(X) = 1,42}$$

جـ - دالة التوزيع التراكمية:

$$F(x) = F_X(x) = P(X \leq x)$$

$x=0$, $F_X(0) = P(X \leq 0) = P(X=0) = 0,1$

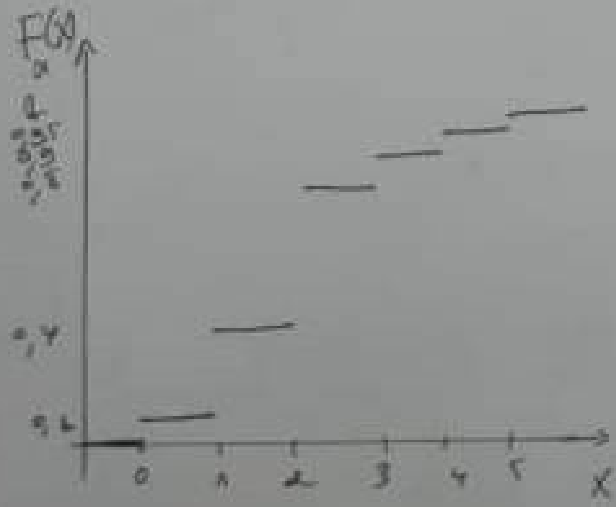
$x=1$, $F_X(1) = P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = 0,1 + 0,3 = 0,4$

$x=2$, $F_X(2) = P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,1 + 0,3 + 0,4 = 0,8$

$x=3$, $F_X(3) = P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0,1 + 0,3 + 0,4 + 0,1 = 0,9$

$x=4$, $F_X(4) = P(X \leq 4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 0,1 + \dots + 0,05 = 0,95$

$x=5$, $F_X(5) = P(X \leq 5) = P(X=0) + \dots + P(X=5) = 0,1 + \dots + 0,05 = 1$



-3

$$P(X<4) = P(X \leq 3) = F_X(3) = 0,9$$

$$P(X>2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F_X(2) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(3 < X \leq 4) = P(X=4) = 0,05$$

(9)

بما أننا في محور القوانين الاحتمالية المتقطعة:

نختار X متغير عشوائي يرمز إلى عدد مرات ظهور (6)

والتجربة أجريت 5 مرات $(n=5)$، والمسألة متعلقة

بظهور العدد 6 (نجاح) وعدم ظهور (6) "فشل"

ومنه شروط قانون ثنائي الحد "بنوميال" تحققت

ونكتب

$X \sim B(n, p), (5, 1/6)$

احتمال ظهور (6) قبل الرمي $(1/6)$ ثابت $(p = 1/6)$

1. $P(X=x) = C_n^x \, p^x (1-p)^{n-x}$

(احتمال عدم ظهور 6) $P(X=0) = \cancel{C_5^0} \cancel{\left(\frac{1}{6}\right)^0} \left(1-\frac{1}{6}\right)^{5-0}$

$= \left(1-\frac{1}{6}\right)^5 = \left(\frac{5}{6}\right)^5$

وهي نفس النتيجة إذا استعملنا الطريقة التالية

A حادثة عدم ظهور 6

$P(A) = \left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right) = \boxed{\left(\frac{5}{6}\right)^5}$

عدم ظهور (6) في الرمية (1) — عدم ظهور (6) في الرمية (2) — ... — عدم ظهور (6) في الرمية الخامسة

2. $P(X=3) = C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-3}$

$= \boxed{(10)\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2}$

نعتبر أن X متغير عشوائي وعدد الحوادث حيث متوسط الحوادث هو $m=5$ في الأسبوع

المطلوب هو حساب احتمال عدم حدوث أي حادث في أسبوع معين.

كما أشرنا في درس القوانين الاحتمالية المتقطعة فإنه إذا طلب منا حساب احتمال حادث خلال فترة زمنية معينة نستعمل قانون بواسون Poisson حيث لابد أن يكون متوسط الحوادث في الوحدة الزمنية معروف في مثالنا هذا هو $5=m$ ونكتب:

$X \sim P(m)$

$X \sim P(5)$

$$P(X=x)=\frac{e^{-m}m^{x}}{x!}=\frac{e^{-m}m^{x}}{x!}$$

$$P(X=x)=\frac{e^{-5}5^{x}}{0!}$$

بالنسبة للسؤال الأول:

1)- $P(X=0)=\frac{e^{-5}5^{0}}{0!}=\boxed{0.0067}$

هذه النتيجة مأخوذة من جدول الاحتمالات المحسوبة الخاص بقانون Poisson والموجود عندكم في هذه الحلول.

2) $P(X\leq 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$

$=0,0067+0,0337+0,084+0,1404+0,1755$

$\boxed{=0,44}$

النتائج مأخوذة من الجدول

3) $P(X>2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)]$

$= 1 - [0{,}067 + 0{,}0337 + 0{,}084]$

$= \boxed{0{,}81}$

قانون احتمال X هو قانون فوق الهندسي لأن السحب بلا ارجاع . و نكتب :

$$P(X=x) = \frac{C_m^x \, C_{N-m}^{n-x}}{C_N^n}$$

m : عدد الكريات الحمراء قبل السحب $m=8$

n : عدد مرات السحب $n=4$.

N : حجم العينية او المجتمع : $N=13$.

X : المتغير العشوائي .

$E(X) = np = \boxed{4 \cdot \left(\frac{8}{13}\right)}$

$V(X) = \frac{(N-n)}{(N-1)} \, n \cdot p \, (1-p)$

$= \boxed{\frac{(13-4)}{(13-1)} \cdot (4) \cdot \left(\frac{8}{13}\right) \left(1 - \frac{8}{13}\right)}$

(١٢)

ت ١٧: تقريب لقانون بواسن من قانون بينوميال:

قاعدة: إذا كان

$X \to B(n, p)$

يتبع قانون بينوميال او ثنائي الحد

وكان: $p \leq 0{,}01$ ، $n \geq 30$ فإننا نقرب القانون

قانون ثنائي الحد إلى قانون بواسن $X \to P(m)$

حيث $(m = np)$

نرجع للمثال أول التمرين لدينا: X عدد المصابين بمرض

وهو يتبع قانون ثنائي الحد لأن نسبة الاصابة

$p = 0{,}001$ ثابتة أي:

$$X \to B(5000, 0{,}001)$$

$$P(X=x) = C_{5000}^{x} (0{,}001)^{x} (1-0{,}001)^{n-x}$$

بدل ما نستعمل قانون بينوميال نستعمل قانون بواسن

$$\left(P(X=x) = \frac{e^{-m} m^{x}}{x!}\right) \quad X \to P(m) ; \quad m = n.p$$

$$\left(n = 5000 \geq 30 \ ; \ \text{و} \ p = 0{,}001 \leq 0{,}01 \right)$$

$$m = 5000 . 0{,}001 = 5$$

$$X \to P(m = 5)$$

ومنه نجيب على السؤال ما هو احتمال عدم وجود

أي إصابة

$$P(X=0) = \frac{e^{-5} 5^{0}}{0!} = \boxed{0{,}0067}$$

TABLE 1. Loi de Poisson.

Probabilités individuelles $P_x = \dfrac{e^{-m} m^x}{x!}$.

x \ m	0,5	1,0	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
0	0,6065	0,3679	0,2231	0,1353	0,0821	0,0498	0,0302	0,0183	0,0111	0,0067	0,0041
1	0,3033	0,3679	0,3347	0,2707	0,2052	0,1494	0,1057	0,0733	0,0500	0,0337	0,0225
2	0,0758	0,1839	0,2510	0,2707	0,2565	0,2240	0,1850	0,1465	0,1125	0,0842	0,0618
3	0,0126	0,0613	0,1255	0,1804	0,2138	0,2240	0,2158	0,1954	0,1687	0,1404	0,1133
4	0,0016	0,0153	0,0471	0,0902	0,1336	0,1680	0,1888	0,1954	0,1898	0,1755	0,1558
5	0,0002	0,0031	0,0141	0,0361	0,0668	0,1008	0,1322	0,1563	0,1708	0,1755	0,1714
6		0,0005	0,0035	0,0120	0,0278	0,0504	0,0771	0,1042	0,1281	0,1462	0,1571
7		0,0001	0,0008	0,0034	0,0099	0,0216	0,0385	0,0595	0,0824	0,1044	0,1234
8			0,0001	0,0009	0,0031	0,0081	0,0169	0,0298	0,0463	0,0653	0,0849
9				0,0002	0,0009	0,0027	0,0066	0,0132	0,0232	0,0363	0,0519
10					0,0002	0,0008	0,0023	0,0053	0,0104	0,0181	0,0285
11					0,0001	0,0002	0,0007	0,0019	0,0043	0,0082	0,0143
12						0,0001	0,0002	0,0006	0,0016	0,0034	0,0065
13							0,0001	0,0002	0,0006	0,0013	0,0028
14								0,0001	0,0002	0,0005	0,0011
15									0,0001	0,0002	0,0004
16										0,0001	0,0001