FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : MÉCANIQUE QUANTIQUE.

DURÉE : 01 Heure 30 Minutes.

EXERCICE 01: (12 *points*)

1. Monter que dans le cas d'une particule dans un *potentiel indépendant du temps* la fonction d'onde générale d'une particule s'écrit : $\psi(x,t) = \varphi(x).\exp(-i\omega t)$ et $\omega = E/\hbar$.
Tels que $\varphi(x)$ et E sont solutions de l'équation de Schrödinger indépendante du temps.

Soit une particule de masse m dans un potentiel carré de la forme (figure 1.) :

$$\begin{cases} V(x) = V_0 & \text{pour} \quad x \in]-\infty, -a/2] \\ V(x) = 0 & \text{pour} \quad x \in [-a/2, +a/2] \\ V(x) = V_0 & \text{pour} \quad x \in [+a/2, +\infty[\end{cases}$$

L'énergie de la masse est prise $E < V_0$

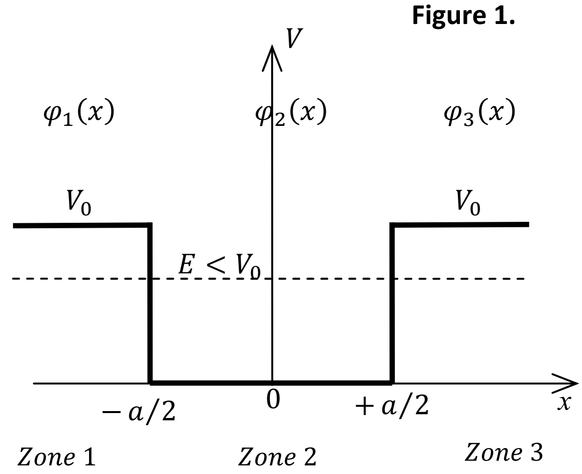

Figure 1.

2. Ecrire l'équation de Schrödinger indépendante du temps et en déduire les solutions générales dans chaque zone (éliminer les ondes amplifiées qui ne sont pas de carré sommable).
3. En écrivant les conditions de continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée en $x = -a/2$ et la continuité de la fonction d'onde en $x = +a/2$, écrire les fonctions d'ondes en fonction d'une seule constante d'intégration (A_1).
4. Ecrire la condition qui permet de calculer (A_1).
5. En écrivant la condition de continuité de la dérivée première de la fonction d'onde en $x = +a/2$, trouver la condition de quantification de l'énergie.

EXERCICE 02: (08 *points*)

Soit dans un problème à une dimension, une particule dont la fonction d'onde est donnée par :

$$\psi(x) = \frac{N}{x^2 + a^2}$$

Où a est une constante réelle, et N une constante de normalisation.

1. Déterminer N pour que $\psi(x)$ soit normée.
2. On mesure la position de la particule ; quelle est la probabilité pour que le résultat soit compris entre $-a$ et $+a$?
3. Calculer les valeurs moyennes de la position X et de l'impulsion P d'une particule dans l'état $\psi(x)$.
4. Calculer la valeur moyenne $\langle X^2 \rangle$ d'une particule dans l'état $\psi(x)$.
5. En déduire l'écart quadratique moyen ΔX.

On peut utiliser le changement de variable $x = a.\tan(\theta)$

On donne : $2.\sin^2(\theta) = 1 - \cos(2\theta)$ et $2.\cos^2(\theta) = 1 + \cos(2\theta)$