FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : MÉCANIQUE QUANTIQUE.

DURÉE : 01 Heure 30 Minutes.

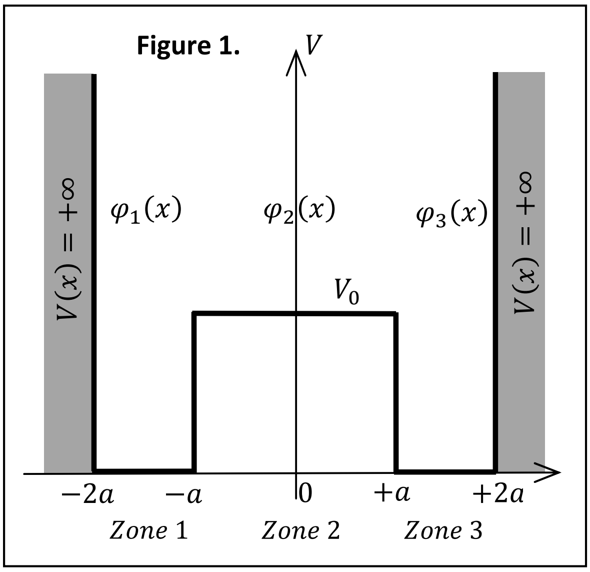
EXERCICE 01: (10 points)

Soit une particule de masse m dans un potentiel de la forme (figure 1.) :

$$\begin{cases} V(x) = 0 & \text{pour} \quad x \in [-2a, -a] \cup [+a, +2a] \\ V(x) = V_0 & \text{pour} \quad x \in [-a, +a] \\ V(x) = +\infty & \text{ailleur} \end{cases}$$

Dans le cas où $E < V_0$.

1. Ecrire l'équation de Schrödinger indépendante du temps et en déduire les solutions générales dans chaque zone.
2. En écrivant les conditions de continuité en $x = -2a$, en $x = -a$ et en $x = +a$, écrire les fonctions d'ondes en fonction d'une seule constante d'intégration A_1 (amplitude de l'onde plane dans la $zone\ 1$ se propageant vers les x positifs).
3. En écrivant la condition de continuité en $x = +2a$, trouver la condition de quantification de l'énergie.
4. Que deviennent les solutions et la condition de quantification dans le cas où $(V_0 = 0)$?



EXERCICE 02: (10 points)

1. Donner l'équation qui définit l'adjoint d'un opérateur.
2. Quand est-ce qu'on dit qu'un opérateur est hermétique ?
3. Montrer que les opérateurs $(A + A^+)$; $i(A - A^+)$; AA^+ sont des opérateurs hermétiques quelque soit l'opérateur linéaire A.

L'état d'une particule à un instant donné est décrit par la fonction d'onde de la forme :

$$\begin{cases} \psi(x) = A.(x/a) & \text{pour} \quad x \in [0, +a] \\ \psi(x) = A.(2a - x)/a & \text{pour} \quad x \in [+a, +2a] \\ \psi(x) = 0 & \text{ailleur} \end{cases}$$

Où A et a sont des constantes réelles positives.

4. Normaliser la fonction d'onde et préciser la valeur de A en fonction de a.
5. Tracer la fonction $\psi(x)$ en fonction de x.
6. Quelle est la probabilité de trouver la particule entre $x = 0$ et $x = +a$? Justifier.
7. Calculer les valeurs moyennes de la position $\langle X \rangle$ et de la quantité de mouvement $\langle P_x \rangle$. Justifier.