FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

# CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : MÉCANIQUE QUANTIQUE

DURÉE : 60 minutes.

| Nom et Prénom : John Doe | Signature : | Note : /20 |
|---|---|---|

## Exercice 01 : Effet photoélectrique. (10 points)

La figure 1 représente le montage expérimental de Lenard-Jones.
La figure 2 représente la variation de l'intensité du courant $I$ en fonction de la différence de potentiel $V$ au bord de l'ampoule.

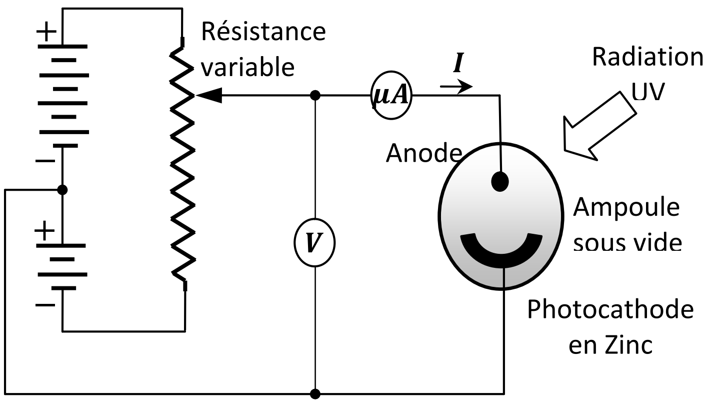



**Figure 1 :** Montage expérimental de Lenard-Jones.

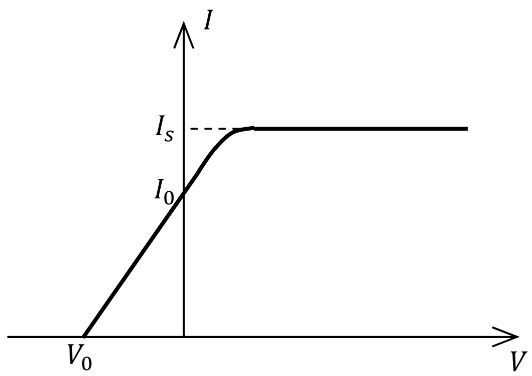



**Figure 2 :** Intensité du courant $I$ en fonction de la d.d.p. $V$.

1. Dans la courbe $I(V)$ de la figure 2. Que représente :

$I_0$ …… Courant spontanée (à d.d.p. nulle) ……

$I_s$ …… Courant de saturation ……

$V_0$ …… Potentiel d'arrêt (coupure du courant) ……

2. En écrivant la conservation de l'énergie mécanique totale de l'électron sortant de la photocathode, trouver la relation entre $V_0$ et l'énergie cinétique de l'électron à sa sortie.

$$E_c(\text{anode}) + E_p(\text{anode}) = E_c(\text{cathode}) + E_p(\text{cathode})$$

$$0 + (-e)V_{\text{anode}} = \frac{1}{2}mv^2 + (-e)V_{\text{cathode}}$$

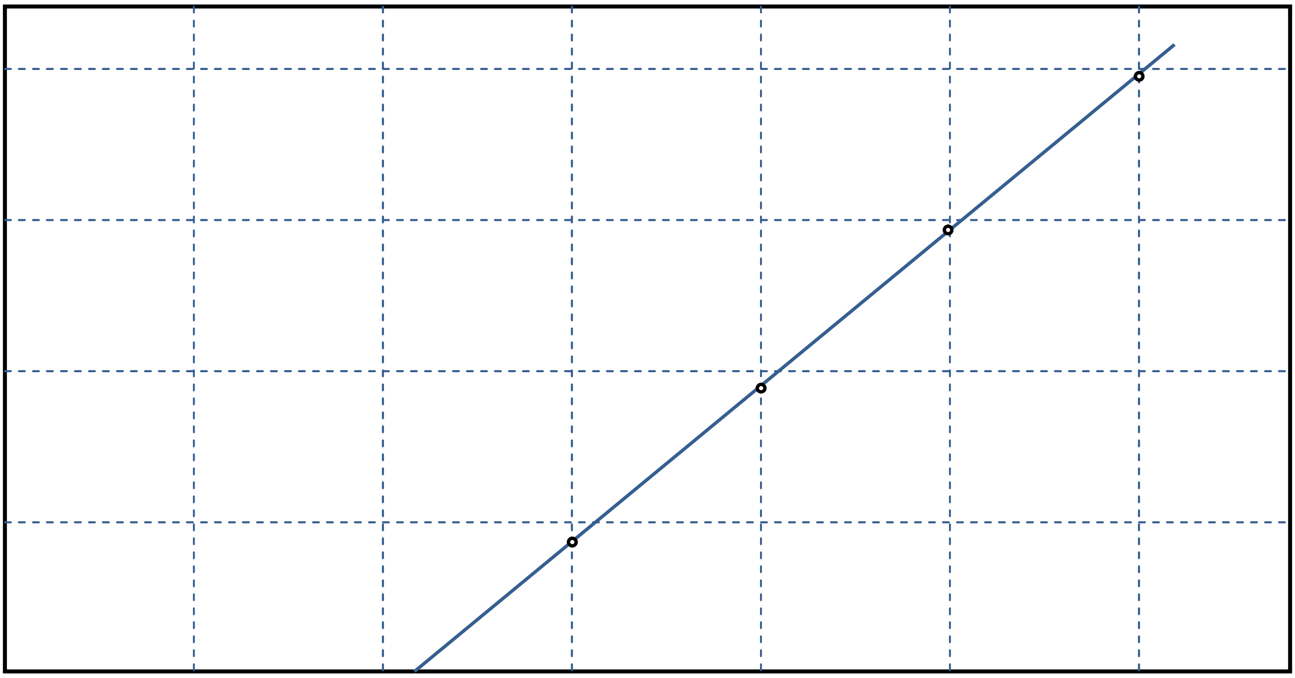
$$\frac{1}{2}mv^2 = e(V_{\text{cathode}} - V_{\text{anode}})$$

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = eV_0}$$

On donne le tableau suivant reliant $V_0$ à la fréquence $\nu$ du rayonnement incident sur la photocathode.

| $V_0\ (Volt)$ | 1,704 | 3,772 | 5,840 | 7,908 |
|---|---|---|---|---|
| $\nu\ (10^{15}\ Hz)$ | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |

3. Représentez ci-dessous $V_0$ en fonction de $\nu$. (échelle : $1\ volt \to 1\ cm$ ; $0{,}2 \times 10^{15}\ Hz \to 1\ cm$)



4. En considérant que le rayonnement incident est constitué de photons d'énergie $E = h\nu$, justifier par le calcul théorique la pente de la courbe précédente (comparer entre le valeur théorique et la courbe).

$$E = h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W_s$$

$$h\nu = eV_0 + W_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_s}{e}}$$

$V_0(\nu)$ est une droite de pente $(h/e)$

$\tan\alpha = 4{,}136 \times 10^{-15}\ Volt.s$ $\quad h/e = 4{,}13607 \times 10^{-15}\ Volt.s$

5. Pour quelle fréquence $\nu_s$ le potentiel $V_0$ s'annule ? (donner la valeur numérique)

Par extrapolation de la droite $\nu_s = 1{,}084 \times 10^{15}\ Hz$

Et le travail de sortie $W_s = h\nu_s = 7{,}1825 \times 10^{-19}\ Joules = 4{,}4835\ eV$

6. Que représente cette fréquence ?

$\nu_s$ est la fréquence seuil

$\nu < \nu_s$ : Il n'y a pas d'effet photoélectrique

$\nu > \nu_s$ : Il y a effet photoélectrique

7. Le travail de sortie $W_s$ de différents métaux constituant la photocathode d'une cellule photoélectrique est donné (en électronvolt) par le tableau suivant. Quel métal est représenté par la courbe de la question 3 ?

| **Photocathode** | **Césium** | **Potassium** | **Aluminium** | **Cuivre** | **Tungstène** | **Nickel** | **Platine** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $W_s$ **(eV)** | 1,8 | 2,2 | 3,0 | 4,1 | 4,5 | 5,0 | 5,4 |

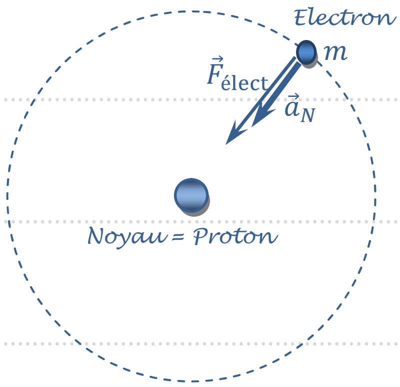
| Nom et Prénom : *John Doe* | Signature : |
|---|---|

## Exercice 02 : Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène. (10 points)

Dans le modèle de Bohr l'atome d'hydrogène constitué d'un électron qui décrit une orbite circulaire autour d'un proton considéré comme immobile.

1. Calculer l'énergie totale $E$ de ce système en fonction de la distance électron-proton notée $r$.

$$\vec{F}_{\text{élect}} = -K\frac{e^2}{r^2}\vec{e}_r = m.\vec{a}_N \quad \Rightarrow \quad K\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$




*Donc*

$$E_C = \frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}K\frac{e^2}{r}$$

*L'énergie potentielle de l'électron est*

$$E_P = -K\frac{e^2}{r}$$

*Et l'énergie totale de l'électron est donné par*

$$\boxed{E_T = E_C + E_P = -\frac{1}{2}K\frac{e^2}{r}}$$

2. Ecrire la condition de quantification et la loi de Louis De Broglie.

*Condition de quantification* $\boxed{2\pi.r = n.\lambda}$ *avec* $n$ *entier naturel*

*loi de Louis De Broglie* $\boxed{\vec{p} = m.\vec{v} = \hbar.\vec{k}}$ *avec* $(k = 2\pi/\lambda)$

3. En déduire le rayon de l'orbite de l'électron $r_n$ en fonction du nombre quantique $n$.

*En multipliant les deux équations précédente*

$$2\pi.r.mv = n.\lambda.\hbar\,2\pi/\lambda \quad \Rightarrow \quad m.v.r = n.\hbar$$

*En remplaçant dans l'équation du PFD on trouve*

$$m.v^2 = \frac{(n.\hbar)^2}{m.r^2} = K\frac{e^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_n = \frac{\hbar^2}{K.m.e^2}n^2}$$

*Numériquement* $\boxed{r_n = 0{,}53.n^2 \quad \text{Å}}$

4. En déduire l'énergie de l'électron en fonction du nombre quantique $n$ pour chaque orbite.

*En remplaçant dans l'expression de l'énergie totale de l'électron on trouve*

$$\boxed{E_n = -\frac{1}{2}\frac{K^2.m.e^4}{\hbar^2}\frac{1}{n^2}}$$

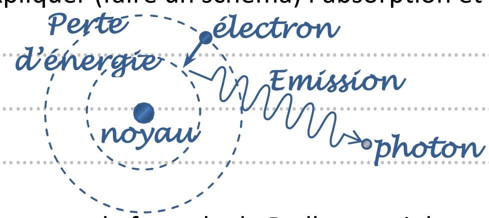
*Numériquement*

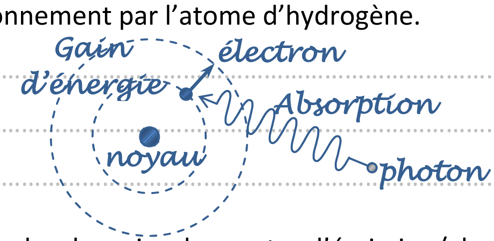
$$\boxed{E_n = -\frac{13{,}58}{n^2}\ eV}$$

Que peut-on dire sur cette énergie ?

*On dit que l'énergie est quantifiée*

5. Expliquer (faire un schéma) l'absorption et l'émission du rayonnement par l'atome d'hydrogène.




6. Retrouver la formule de Rydberg qui donne les longueurs d'ondes des raies du spectre d'émission/absorption de l'hydrogène.

*Les raies d'émission (ou absorption) sont obtenues lorsque l'électron passe d'une orbite d'énergie $E_{n_2}$ à une orbite d'énergie inférieure (ou supérieure) $E_{n_1}$*

$$h\nu = \left|E_{n_2} - E_{n_1}\right| = \frac{1}{2}\frac{K^2.m.e^4}{\hbar^2}\left|\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right| \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{K^2m.e^4}{4\pi\hbar^3 c}\left|\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right|$$

*En remplaçant par la longueur d'onde* $\nu = c/\lambda$

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{K^2m.e^4}{4\pi\hbar^3 c}\left|\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right|} \qquad \text{Avec la constante de Rydberg} \qquad \boxed{R_\infty = \frac{K^2m.e^4}{4\pi\hbar^3 c}}$$

7. Calculer la valeur numérique de la constante de Rydberg.

$R_H = 1{,}097 \times 10^7\ m^{-1}$

8. Calculer les longueurs d'ondes des deux premières raies de la série de Lyman en précisant la transition.

$\lambda_{\text{Ly}-\alpha} = 1{,}215 \times 10^{-7}\ m$ transition : $n_2 =$ 2 à $n_1 =$ 1

$\lambda_{\text{Ly}-\beta} = 1{,}025 \times 10^{-7}\ m$ transition : $n_2 =$ 3 à $n_1 =$ 1

A quel domaine du spectre électromagnétique appartiennent-elles ?

*Ultraviolet (UV)*

9. Calculer les longueurs d'ondes des deux premières raies de la série de Balmer en précisant la transition.

$\lambda_{\text{Ba}-\alpha} = 6{,}563 \times 10^{-7}\ m$ transition : $n_2 =$ 3 à $n_1 =$ 2

$\lambda_{\text{Ba}-\beta} = 4{,}861 \times 10^{-7}\ m$ transition : $n_2 =$ 4 à $n_1 =$ 2

A quel domaine du spectre électromagnétique appartiennent-elles ?

*Visible*

10. Calculer les longueurs d'ondes des deux premières raies de la série de Paschen en précisant la transition.

$\lambda_{\text{Pa}-\alpha} = 1{,}875 \times 10^{-6}\ m$ transition : $n_2 =$ 4 à $n_1 =$ 3

$\lambda_{\text{Pa}-\beta} = 1{,}281 \times 10^{-6}\ m$ transition : $n_2 =$ 5 à $n_1 =$ 3

A quel domaine du spectre électromagnétique appartiennent-elles ?

*Infrarouge (IR)*

Constantes usuelles :

$$c = 2{,}998 \times 10^8\ m/s \quad ; \quad h = 6{,}626 \times 10^{-34}\ J.s \quad ; \quad e = 1{,}602 \times 10^{-19}\ C$$

$$(1/4\pi\varepsilon_0) = 8{,}988 \times 10^9\ [\text{MKSA}] \quad ; \quad m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}\ kg$$