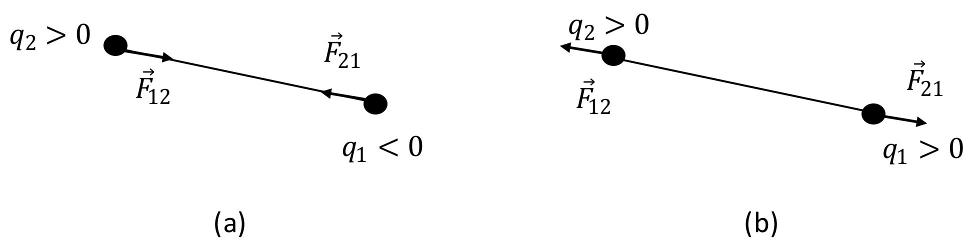
Chapitre I :Électrostatique

1) Loi de Coulomb(1785)

La force électrostatique entre deux charges électriques ponctuelles est proportionnelle à la valeur des charges et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Cette interaction est portée par la droite qui joint les deux charges.



Fig(I.1). Force coulombienne crée entre deux charges (a) attraction (b) répulsion

$$\boxed{\overrightarrow{F_{é}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\ \varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u_r} \qquad (1)}$$

ε_0 : représente la permittivité de vide ou le constante diélectrique .

$k = 9.10^9\ USI$ pour le vide ou l'air pour autre milieu $k = \frac{9.10^9}{\varepsilon_r}$ avec : ε_r est la permittivité relative de le milieu.

Si q_1 et q_2 ont la même signe il y a une force de répulsion.

Si q_1 et q_2 ont des signe opposés cette fois il y a une force d'attraction.

2) Champ électrique

Un champ électrique est un champ de force invisible créé par l'attraction et la répulsion de charges électriques (la cause du flux électrique) et se mesure en Volts par mètre (V/m). L'intensité du champ diminue à mesure qu'augmente la distance à sa source.

On peut écrire la force exercée sur la charge q_2 par le champ crée par la charge q_1 à partir de l'équation (1) :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{12}} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u_r} = q_2\overrightarrow{E_1} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{F_{21}} = k\frac{q_2 q_1}{r^2}\overrightarrow{u_r} = q_1\overrightarrow{E_2} \qquad (2)}$$

$\overrightarrow{E_1}$: est l'expression du champ électrique crée par q_1.

$\overrightarrow{E_2}$: est l'expression du champ électrique crée par q_2.

a. Sens de champ électrique

Le champ électrique diverge a partir des charges positive et converge vers les charges négative comme montre la Fig (I.2)

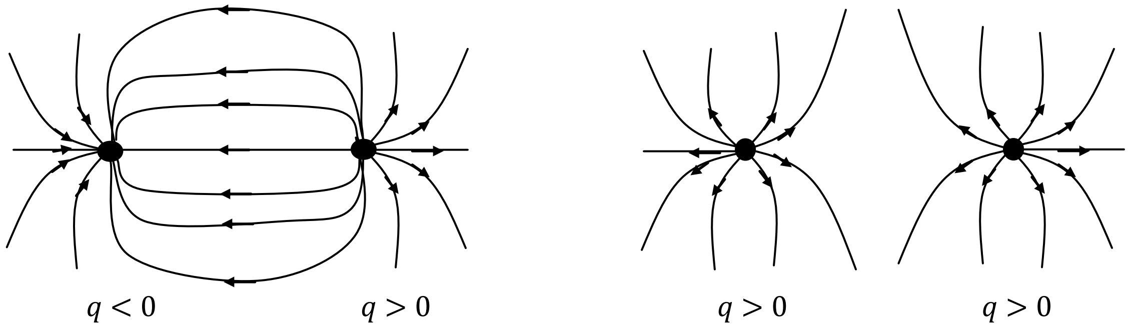
Fig(I.2) Sens de champ électrique (a) une charge positive (b) une charge négative

b. Champ électrique d'un ensemble de *n* charges ponctuelles

$$\vec{E} = k \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u_i} \quad (3)$$

c. Lignes de champ électrique

une ligne de champ est une ligne qui est tangente en chacun de ses points au champ électrique en ce point :



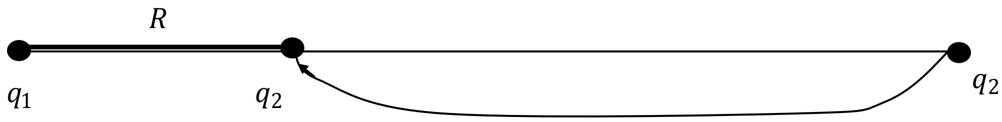
Fig(I.3). Lignes de champ crées par deux charges (a) différent signe (b) positives

3) Déplacement électrique

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (4)$$

4) Potentiel électrique V

a. on considère une charge q_1 placée à l'origine d'un repère. On apporte une autre charge q_2 de l'infini jusqu'à une distance $r = R$ de q_1 (voir Fig(I.4))



Fig(I.4). Potentiel électrique

Le travail fourni W pour vaincre la force de répulsion , q_1 et q_2 ont le même signe, de q_1 est :

$$W = -\int_{\infty}^{R} \vec{F}.\overrightarrow{dr} = -\int_{\infty}^{R} Fdr = -\int_{\infty}^{R} q_2 E_1 dr = -kq_1q_2 \int_{\infty}^{R} \frac{d_r}{r^2} = -kq_1q_2 \left[\frac{-1}{r}\right]_{\infty}^{R} = \frac{kq_1q_2}{R} \quad (5)$$

Par principe de conservation de l'énergie, l'énergie est emmagasiné par la charge q_2 sous forme d'énergie potentielle E_p :

$$E_p = \frac{kq_1q_2}{R} = q_1V_2 \quad (6)$$

Avec :

$V_2 = \frac{kq_2}{R}$: Potentiel crée par la charge q_2.

On peut également écrire : $E_p = \frac{kq_1q_2}{R} = q_2V_1$

Avec :

$V_1 = \frac{kq_1}{R}$: Potentiel crée par la charge q_1.

b. Potentiel d'un ensemble de charges :

$$V = k\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i} \quad (7)$$

Remarque :

Une charge ponctuelle produit deux champ différent :un champ électrique vectoriel $\vec{E}$ et un potentiel scalaire V.

5) Relation entre E et V

On a dit précédemment que l'énergie potentiel emmagasiné dans une charge électrique est égale à le travail nécessaire pour vaincre la force de répulsion posé par l'autre charge :

$$dE_p = dW \implies -\vec{F}.\overrightarrow{dr} = q\,dV \implies -q\vec{E}.\overrightarrow{dr} = q\,dV \implies dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dr} \quad (8)$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right).\left(dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} + dz\vec{k}\right) = \vec{\nabla}V.\overrightarrow{dr} \quad (9)$$

D'après (8) et (9) on obtient : $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$ (10)

on sait que tout champ dérivant d'un gradient est irrotationnel

$$\implies \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\vec{\nabla}V\right) = \vec{0} \quad (11)$$

6) Énergie interne du système formé par un ensemble de charges

$$E_{int} = \frac{1}{2}k\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}^{n} \frac{q_iq_j}{r_{ij}} \quad (12)$$

7) Théorème de Gauss

Le théorème de Gauss trouve son utilité pour calculer le champ électrique en un certain point, calcul qui serait plus complexe si la loi de Coulomb était utilisée. Il faut toutefois que la répartition des charges présente une symétrie et que la surface de Gauss choisie soit adéquate :

$$\boxed{\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_v \rho \, dv = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \qquad (13)}$$