Chapitre 3

Premières transformations morphologiques

L'érosion binaire

Erosion binaire

La première transformation morphologique que nous allons voir est l'érosion binaire (transformation sur une image binaire).

Soit $I \subset \mathbb{Z}^n$ (I est une image binaire de dimension n) et $E \subset \mathbb{Z}^n$ (E est un élément structurant de dimension n).

L'érosion binaire de I par E est : $I \ominus E = \{x \in \mathbb{Z}^n \mid E_x \subseteq I\}$

Le résultat de l'érosion de I par E est un sous-ensemble de $\mathbb{Z}^n$.

EROSION BINAIRE

Exemple : Reprenons le même élément structurant que précédemment

0	0	0	1	1
1	1	$\boxed{1}$	1	1
1	0	0	1	0

E

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$I \ominus E$

Ce point est-il dans $I \ominus E$?

Non

Ce point est-il dans $I \ominus E$?

Non

Ce point est-il dans $I \ominus E$?

Oui

Ce point est-il dans $I \ominus E$?

Oui

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0

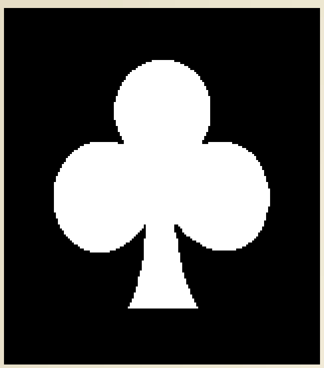
I

EROSION BINAIRE

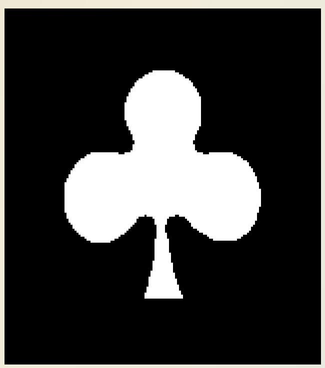
Exemple (Matlab) :

ImageSe1

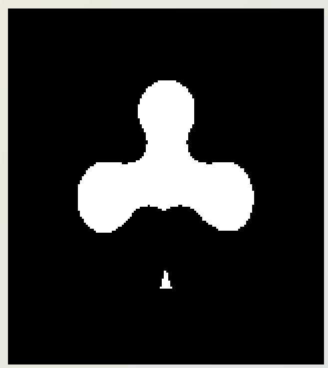
ImageSe2



Im



Erosion1



Erosion2

```
Im = imread('club.tif');
Se1 = strel('disk', 5, 0);
ImageSE1 = getnhood(Se1);
Erosion1 = imerode(Im, Se1);
Se2 = strel('disk', 10, 0);
ImageSE2 = getnhood(Se2);
Erosion2 = imerode(Im, Se2);
```

EROSION BINAIRE

L’érosion d’une image *I* par un élément structurant *E* consiste à ne conserver que les points x de *I* tels que l’élément *E*, une fois centré sur x, s’encastre totalement à l’intérieur de *I*.

EROSION BINAIRE

Exercice : Calculer $I \ominus E$

0	1	0
1	1	1
0	1	0

E

0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0

I

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$I \ominus E$

E consiste à observer les 4-voisins d'un point. L'érosion de *I* par *E* consiste donc à conserver uniquement les points tels que leurs 4-voisins sont dans *I*.

En érodant *I* par *E*, on supprime donc tous les points sur le « bord interne » de *I* (les points de *I* qui sont 4-voisins d'un point hors de *I*).

EROSION BINAIRE

Exercice : Calculer $I \ominus E$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

E

0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0

I

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$I \ominus E$

E consiste à observer les 8-voisins d'un point. L'érosion de *I* par *E* consiste donc à conserver uniquement les points tels que leurs 8-voisins sont dans *I*.

En érodant *I* par *E*, on supprime donc tous les points sur le « bord interne » de *I* (les points de *I* qui sont 8-voisins d'un point hors de *I*).

EROSION BINAIRE

Question : Est-ce que $(I \ominus E) \subseteq I$?

0	1	0
0	0	0
0	1	0

E

0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0

I

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0

$(I \ominus E) \not\subseteq I$

Lorsque *E* ne contient pas l'origine, alors l'érodé de *I* par *E* pourrait ne pas être contenu dans *I.*

La dilatation binaire

DILATATION BINAIRE

La seconde transformation est le dual de l'érosion : il s'agit de la dilatation.

Soit $I \subset \mathbb{Z}^n$ et $E \subset \mathbb{Z}^n$.

La dilatation (binaire) de I par E est : $I \oplus E = \bigcup_{x \in I} E_x$

DILATATION BINAIRE

Exemple : On pose E et I, calculer $I \oplus E$

0	0	1
1	1	1
0	0	1

E

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0

I

0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0

$I \oplus E$

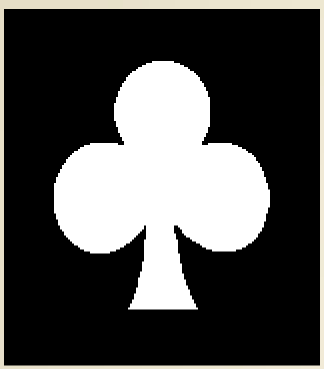
Pour construire $I \oplus E$, on part de I, on « promène » E le long des points x de I et on ajoute tous les points de E_x à notre image.

DILATATION BINAIRE

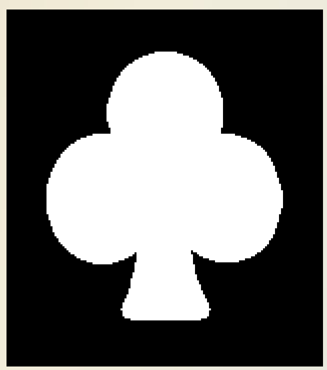
Exemple (Matlab) :

ImageSe1

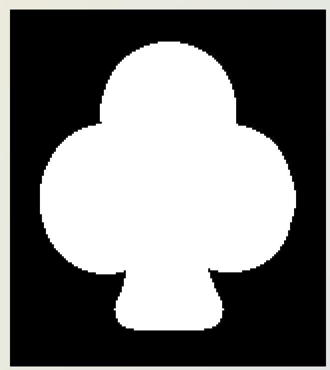
ImageSe2



Im



Dilate1



Dilate2

```
Im = imread('club.tif');
Se1 = strel('disk', 5, 0);
ImageSE1 = getnhood(Se1);
Dilate1 = imdilate(Im, Se1);
Se2 = strel('disk', 10, 0);
ImageSE2 = getnhood(Se2);
Dilate2 = imdilate(Im, Se2);
```

Dilatation binaire

On peut aussi définir la dilatation binaire comme l'érosion du complémentaire.

Soit E un élément structurant de dimension n, on pose

$$\check{E} = \{-x \mid x \in E\}$$

$\check{E}$ est la rotation à 180 degrés de E.

Soit $I \subset \mathbb{Z}^n$ et $E \subset \mathbb{Z}^n$. On pose aussi $I^c = \mathbb{Z}^n \setminus \mathrm{I}$.

La dilatation (binaire) de I par E est : $I \oplus E = (I^c \ominus \check{E})^c$

Dilatation binaire

Exercice : Calculer $I \oplus E$

0	1	0
1	1	1
0	1	0

E

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

I

0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0

$I \oplus E$

E consiste à observer les 4-voisins d'un point. La dilatation de *I* par *E* consiste donc à rajouter les points qui sont 4-voisins d'un point de *I*.

En dilatant *I* par *E*, on ajoute donc tous les points sur du « bord externe » de *I* (les points de I^C qui sont 4-voisins d'un point de *I*).

DILATATION BINAIRE

Question : Est-ce que $I \subseteq (I \oplus E)$?

0	0	0
0	0	1
0	0	0

E

0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

I

0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$I \not\subseteq (I \oplus E)$

Lorsque *E* ne contient pas l'origine, alors la dilatation de *I* par *E* ne contient pas forcément *I*.