Université Ziane Achour - Djelfa
Faculté des Sciences Exactes et Informatiques
Département de Physique

TP Méthodes Numériques et Programmation
Licence Physique/L2/S3/ 22 Janvier 2020
Durée : 1 h 30 min

Nom :	Prénom :	Matricule :	Gr : SGr :

Examen Final (Vague 1) - Corrigé

Note : 20 / 20

N.B :

1. *Réaliser chaque exercice dans un nouveau Fichier m (script) portant respectivement le nom :*
   votrenom1.m , ***votrenom2.m*** *et* ***votrenom3.m***

2. *Quelques opérations mathématiques à utiliser sous Matlab sont données dans le tableau suivant :*

Opération	Exemple mathématique	Sous Matlab
Multiplication ($\cdot$)	$A \cdot B$	A .* B
Puissance	A^n	A .^ n
Division ($\div$)	$\frac{A}{B}$	A . / B

Exercice 1 : (6.5 pts)

On vaut calculer l'intégrale suivant : $J = \int_a^b f(x)dx$ avec $f(x) = x \cdot e^x$, $a = 0$ et $b = 1$

1/ Réaliser un programme sous Matlab permettant le calcul numérique approché de l'intégrale J par la méthode des Trapèzes. On choisit le nombre de sous intervalles (trapèzes) : n=10.

$J =$ **1.0037**

0.5

2/ En utilisant le programme réalisé, complétez le tableau suivant :

n	10	30	50	90	100
J	**1.0037**	**1.0004**	**1.0001**	**1.0000**	**1.0000**

1

- On donne la valeur exacte de l'intégrale : $J_{ext} = 1$. Pour chaque valeur de n, comparer entre les valeurs approchée et exacte, et conclure.

Lorsque n augmente, la valeur numérique de J se rapproche de la valeur exacte.

0.5

Exercice 2 : (8 pts)

Soit l'équation à une variable : $f(x) = 0$ avec $f(x) = x^2 \cdot \sin(x) + 5 \cdot \sqrt{x}$

1/ Vérifier l'existence d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ dans les intervalles suivants :

Intervalle de x	$[3;4]$	$[5;6]$	$[7.5;8.5]$
Existe une solution (Oui ou Non)	**Oui**	**Oui**	**Non**
Justification	**f(3) × f(4) = -20 < 0**	**f(5) × f(6) = -27 < 0**	**f(7.5) × f(8.5) = 0.0004 > 0**

0.75

2/ Réaliser un programme sous Matlab permettant de :

- Tracer la courbe de $f(x)$ pour $0 \leq x \leq 10$ d'un pas de 0.1
- Calculer la racine c située dans l'intervalle $[3;4]$, à une précision $\varepsilon = 10^{-7}$, par la méthode de Dichotomie.
- Indiquer le nombre d'itérations k, et vérifier que $f(c) \approx 0$.

c = **3.8611**	k = **24**	$f(c)$ = **- 3.4692×10^{-7}**

0.5

3/En utilisant le programme réalisé, complétez le tableau suivant :

Fonction $f(x)$	$x^2 \cdot \sin(x) + 5 \cdot \sqrt{x}$	$8x^3 - 12x^2 + 1$	$x + e^x + \dfrac{10}{1+x^2} - 5$
Intervalle [a; b]	[9; 10]	[1;1.5]	[-1; 0]
Solution c (à $\varepsilon = 10^{-7}$)	**9.5938**	**1.4397**	**- 0.9046**
Itération k	**24**	**23**	**24**
$f(c)$	**- 4.4459×10^{-8}**	**3.8709×10^{-7}**	**2.0197×10^{-7}**

0.75

Exercice 3 : (5.5 pts)

On donne l'équation différentielle ordinaire d'ordre 1 suivante :

$$y' = f\left(x, y(x)\right) \quad \text{avec} \quad f\left(x, y(x)\right) = \frac{\left(\sqrt{1+x^2} - xy\right)}{\left(1+x^2\right)} \quad , \quad y(0) = 0 \text{ et } x \in [0;10]$$

1/ Réaliser un programme sous Matlab permettant de :

- Calculer la solution numérique approximée par la méthode de Rang-Kutta d'ordre 2. On choisit le pas de discrétisation $h = 0.5$
- Représenter graphiquement les solutions approximée et exacte dans le même repère. On donne la solution exacte : $y(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

2/ Changez la valeur de h par h=0.5 , 0.4 , 0.3 , 0.2 puis 0.1 et comparez, à chaque fois, entre les valeurs approximée et exacte. Conclusion.

Si on fait diminuer la valeur du pas h, la solution numérique se rapproche, plus en plus, de la solution exacte.

0.5

Programmes sous Matlab

Programme 1 : (méthode des Trapèzes)

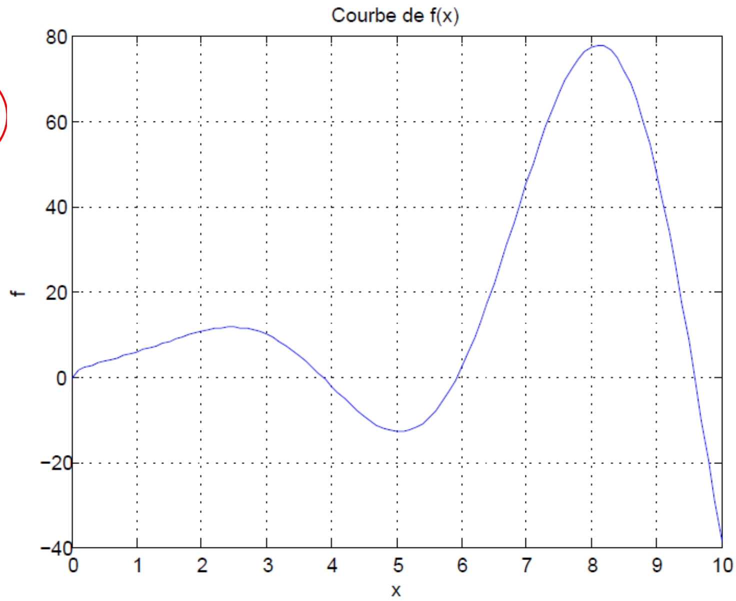
4.5

```
a=0;
b=1;
n=10
h=(b-a)/n;
f=@(x)x.*exp(x);
s=0;
for i=1:n-1
s=s+f(a+i*h);
end
J=(h/2)*(f(a)+f(b))+h*s
```

Programme 2 : (méthode de Dichotomie)

6

```
x= 0:0.1:10 ;
f=@(x)x.^2.*sin(x)+5.*sqrt(x);
plot(x,f(x))
grid on
xlabel('x')
ylabel('f')
title('Courbe de f(x)')
a=3;
b=4;
c=(a+b)./2;
eps=1e-7;
k=0;
while abs(b-a)>eps
if f(a).*f(c)<0
    b=c;
end
if f(b).*f(c)<0
    a=c;
end
    c=(a+b)./2;
    k=k+1;
end
k
c
f(c)
```



Programme 3 : (méthode de RK2)

5.5

```
a=0;
b=10;
h=0.5;
x=a:h:b;
y=zeros(size(x));
y(1)=0;
f=@(x,y)(sqrt(1+x.^2)-x.*y)/(1+x.^2);
n=(b-a)/h;
 for i=1:n
x(i)=x(1)+(i-1)*h;
k1=h*f(x(i),y(i));
k2=h*f(x(i)+h/2,y(i)+k1/2);
y(i+1)=y(i)+k2;
 end
ys=x./sqrt(1+x.^2);
plot(x,y,'*r',x,ys)
xlabel('x')
ylabel('y')
title('courbes des solutions approchée et exacte.')
legend('approximée','exacte')
```