Université Ziane Achour - Djelfa
Faculté des Sciences Exactes et Informatiques
Département de Physique

TP Méthodes Numériques et Programmation
Licence Physique/L2/S3/ 21 Janvier 2020
Durée : 1 h 30 min

Nom :	**Prénom :**	**Matricule :**	**Gr : SGr :**

Examen Final (Vague 2) - Corrigé

Note : 20 / 20

N.B :

1. *Réaliser chaque exercice dans un nouveau Fichier m (script) portant respectivement le nom :*
   votrenom1.m , ***votrenom2.m*** *et* ***votrenom3.m***

2. *Quelques opérations mathématiques à utiliser sous Matlab sont données dans le tableau suivant :*

Opération	Exemple mathématique	Sous Matlab
Multiplication ($\cdot$)	$A \cdot B$	$A\ .*\ B$
Puissance	A^n	$A\ .\wedge n$
Division ($\div$)	$\frac{A}{B}$	$A\ ./\ B$

Exercice 1 : (6 pts)

On vaut calculer l'intégrale suivante : $J = \int_a^b f(x)dx$ avec $f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$, $a = 1$ et $b = 4$

1/ Réaliser un programme sous Matlab permettant le calcul numérique approché de l'intégrale J par la méthode de Simpson. On choisit le nombre de sous intervalles : n=30.

$$\boxed{J = -1.0000}$$

0.5

2/ En utilisant le programme réalisé, complétez le tableau suivant (On prend n=30) :

fonction $f(x)$	$\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$	$\frac{x\cdot\cos(x)\cdot\sin(x)}{\cos^4(x)+\sin^4(x)}$	$\log(1+\tan(x))$
a	0	0	0
b	1	$\pi/2$	$\pi/4$
$J = \int_a^b f(x)dx$	0.2679	0.6168	0.2722

0.75

Exercice 2 : (8 pts)

Soit l'équation à une variable : $f(x) = 0$ avec $f(x) = x + e^x + \frac{10}{1+x^2} - 5$

1/ Vérifier l'existence d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ dans les intervalles suivants :

Intervalle de x	$[-1;1]$	$[3;4.5]$	$[7.5;8.5]$
Existe une solution (Oui ou Non)	**Oui**	**Non**	**Non**
Justification	$f(-1) \times f(1) = -2.3 < 0$	$f(3) \times f(4.5) = 10^{-4} > 0$	$f(7.5) \times f(8.5) = 8.9\times10^{6} > 0$

0.75

2/ Réaliser un programme sous Matlab permettant de :

- Tracer la courbe de $f(x)$ pour $-2 \leq x \leq 10$ d'un pas de 0.1
- Calculer la racine c située dans l'intervalle $[-1;\ 0]$, à une précision $\varepsilon = 10^{-7}$, par la méthode de Newton. (On prend comme valeur initiale : $x_0 = -1$)
- Indiquer le nombre d'itérations k, et vérifier que $f(c) \approx 0$.

c = **- 0.9046**	k = **3**	$f(c)$ = **8.1286×10^{-11}**

0.5

3/En utilisant le programme réalisé, refaire le calcul pour x_0 = -2, 1, 3, 5 et conclure.

x_0	c	k	$f(c)$
-2	**- 0.9046**	**21**	**-5.0695×10^{-8}**
1	**- 0.9046**	**35**	**7.0578×10^{-8}**
3	**- 0.9046**	**79**	**-4.7534×10^{-8}**
5	**- 0.9046**	**34**	**-6.3906×10^{-8}**

0.5

Le choix de la valeur de x_0 influence le nombre d'itération k, donc le temps du calcul dépend de x_0 .

0.25

<u>Exercice 3 :</u> **(6 pts)**

On donne l'équation différentielle ordinaire d'ordre 1 suivante :

$$y' = f\left(x, y(x)\right) \quad \text{avec} \quad f\left(x, y(x)\right) = \frac{y}{\left(1+x^2\right)} \quad , \quad y(0) = 1 \quad \text{et} \quad x \in [0;50]$$

1/ Réaliser un programme sous Matlab permettant de :

- Calculer la solution numérique approximée par la méthode d'Euler. On choisit le pas de discrétisation $h = 5$
- Représenter graphiquement les solutions approximée et exacte dans le même repère. On donne la solution exacte : $y(x) = e^{a\tan(x)}$

2/ Changez la valeur de h par $h = 5$, 4 , 3 , 2 puis 1 et comparez, à chaque fois, entre les valeurs approximée et exacte. Conclusion.

Si on fait diminuer la valeur du pas h, la solution numérique se rapproche, plus en plus, de la solution exacte.

0.5

Programmes sous Matlab

Programme 1 : (la méthode de Simpson)

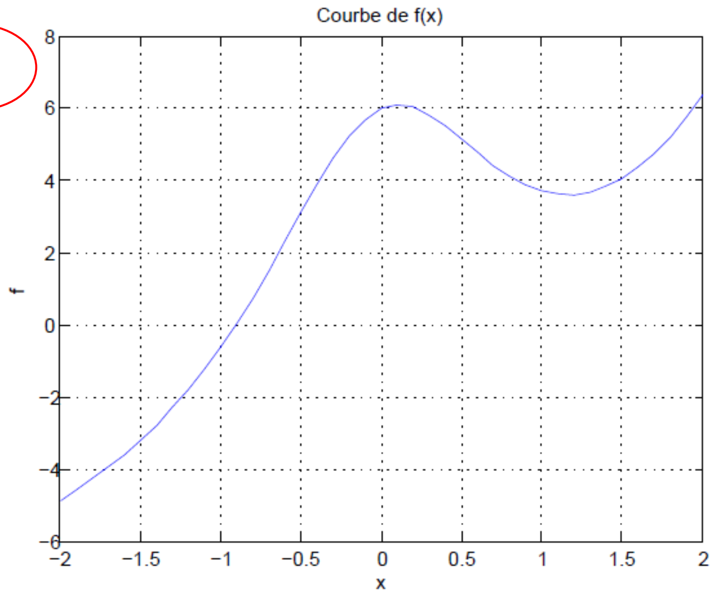
4.75

```
a=0;
b=pi./4;
n=30
h=(b-a)./n;
f=@ (x) log(1+tan(x));
s1=0;
for i=1:2:n-1
s1=s1+f(a+i*h);
end
s2=0;
for i=2:2:n-2
s2=s2+f(a+i*h);
end
J=(h./3).*(f(a)+f(b)+4.*s1+2.*s2)
```

Programme 2 : (la méthode de Newton)

6

```
x=-2:0.1:2;
f=@(x)(x+exp(x))+(10./(1+x.^2))-5;
plot(x,f(x))
grid on
xlabel('x')
ylabel('f')
title('Courbe de f(x)')
df=@(x)(1+exp(x))-(20.*x./(1+x.^2).^2);
eps=1e-7;
x0=-1;
xn=x0;
k=0;
while abs(f(xn))>eps
xn1=xn-f(xn)./df(xn);
xn=xn1;
k=k+1;
end
k
c=xn
f(c)
```



Programme 3 : (la méthode d'Euler)

5.5

```
a=0;
b=50;
h=5;
x=a:h:b;
y=zeros(size(x));
y(1)=1;
f=@(x,y)y./(1+x.^2);
n=(b-a)/h;
 for i=1:n
x(i)=x(1)+(i-1)*h;
k1=h*f(x(i),y(i));
y(i+1)=y(i)+k1;
 end
ys=exp(atan(x));
plot(x,y,'*r',x,ys)
xlabel('x')
ylabel('y')
title('courbes des solutions approchée et exacte.')
legend('approximée','exacte')
```