RÉSUMÉ DU COURS

DEGRÉS DE LIBERTÉ

C'est le nombre d de paramètres indépendants permettant de décrire la position d'un corps solide ou d'un ensemble de corps solides dans l'espace.

Ensemble de N points matériels	$d = 3N - k$
Ensemble de N solides indéformables	$d = 6N - k$

k est le nombre de liaisons (contraintes).

COORDONNÉES GÉNÉRALISÉES

On appelle coordonnées généralisées tout ensemble de d variables indépendantes, notées $q_1, q_2, \dots, q_d$, permettant d'exprimer les positions des N corps solides constituant le système. La nature et la dimension de ces coordonnées est indifférente.
Les vitesses généralisées $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_3$ sont les dérivées par rapport au temps des coordonnées généralisées.

LAGRANGIEN

$$\mathcal{L} = T - U$$

T : Energie cinétique		U : Energie potentielle	
Energie cinétique de translation	$T_{\text{translation}} = \frac{1}{2} m.v^2$	Energie potentielle gravitationnelle	$U_{\text{gravitationnelle}} = mgh$
Energie cinétique de rotation	$T_{\text{rotation}} = \frac{1}{2} I.\omega^2$	Energie potentielle élastique	$U_{\text{élastique}} = \frac{1}{2} k.x^2$

ÉQUATIONS D'EULER-LAGRANGE

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0$$

FONCTION DE DISSIPATION (cas de frottements visqueux) :

Dans le cas d'un système subissant une force de frottement visqueux de la forme $\vec{F} = -\alpha.\vec{v}$, les équations d'Euler-Lagrange et la fonction de dissipation $\mathcal{D}$ s'écrivent :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = -\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{q}_i} \qquad \mathcal{D} = \frac{1}{2}\alpha.v^2$$

SYSTÈME FORCÉ

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = -\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{q}_i} + F_{q_i}^{\text{NC}} \qquad F_{q_i}^{\text{NC}} = \sum_{\alpha=1}^{N} \vec{F}_\alpha^{\text{ncv}} \cdot \frac{\partial \vec{r}_\alpha}{\partial q_i}$$

$F_{q_i}^{\text{NC}}$ est la force généralisée non conservatives *autres que le frottement visqueux* conjuguée à la coordonnée q_i.