FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : PHYSIQUE STATISTIQUE

DURÉE : 01 HEURE 40 MINUTES.

EXERCICE 01 : (12 *points*)

Un local de volume $V = 300\, m^3$ doit être maintenu à $T_1 = 20\, °C$ alors que la température extérieure est de $40\, °C$. La pression extérieure et la pression à l'intérieure du local sont identiques et égales à $p_0 = 1\, atm$. Le rafraîchissement du local est réalisé à l'aide d'un climatiseur fonctionnant avec un gaz parfait monoatomique. Initialement, l'état du gaz parfait est défini par T_1 et $p_1 = 2p_0$.
Il parcourt un cycle défini par les transformations suivantes :

- Compression adiabatique et réversible qui l'amène à l'état 2 $(T_2\ ;\ p_2 = 3p_0)$.
- Echange de chaleur à pression constante avec l'extérieur qui le conduit dans l'état 3 $(T_3 = 40\, °C\ ;\ p_3 = 3p_0)$.
- Détente adiabatique et réversible. Le gaz est alors dans l'état 4 $(T_4\ ;\ p_4 = 2p_0)$.
- Echange de chaleur à pression constante avec l'intérieur qui le ramène dans l'état 1 $(T_1 = 20\, °C\ ;\ p_1 = 2p_0)$.

On suppose qu'il y a 1 mole d'Hélium dans le circuit.

1. Rappeler la relation qui existe entre la pression et le volume dans une transformation adiabatique et réversible pour un gaz parfait. En déduire que pour un gaz parfait monoatomique, on a :
$$T.p^{\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)} = \text{Constante} \qquad \text{avec} \qquad \gamma = C_p/C_V$$
2. A l'aide de ce résultat déterminer les températures T_2 et T_4. Commenter.
3. Représenter le cycle de transformations de l'Hélium dans le diagramme de Clapeyron (V, p).
4. Déterminer les échanges de chaleurs Q_1^2, Q_2^3, Q_3^4, Q_4^1 et les travaux échangés W_1^2, W_2^3, W_3^4, W_4^1 pour chaque transformation (mettre sous forme de tableau).
5. La gaz perd-il ou gagne-t-il de la chaleur au cours du cycle ? En déduire le rôle du gaz dans le fonctionnement du climatiseur.
6. A l'aide du premier principe déterminer la quantité de travail W_{Cycle} échangée au cours du cycle par le gaz parfait. Ce travail est-il reçu ou perdu par le gaz ?
7. Calculer le coefficient d'efficacité définit par $\varepsilon = \left|Q_4^1/W_{\text{Cycle}}\right|$.
8. Déterminer la variation d'entropie pour chaque transformation et en déduire la variation d'entropie sur le cycle complet ΔS_{Cycle} (toutes les transformations sont considérées comme réversibles). Conclusion ?

EXERCICE 02 : (08 *points*)

On veut calculer la pression p exercée par un gaz parfait monoatomique contenu dans une enceinte de volume V et maintenu à une température T sur les parois de l'enceinte. Dans ce cas, on considère que la pression du gaz est due aux chocs élastiques des molécules du gaz sur la surface de la paroi.

Soit une surface plane dS de la paroi, perpendiculaire à l'axe OX.

1. Quelle est la force exercée par une seule molécule de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ lors du choc ? la durée du choc étant notée Δt.
2. Quelle est la condition que doit vérifier la vitesse $\vec{v}$ pour que la molécule puisse percuter la paroi ?
3. Quel est le nombre de molécules dN ayant la même vitesse $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$, incident sur la surface dS durant le temps Δt ? (la densité volumique des molécules est notée $n = N/V$)
4. En déduire la force $d\vec{F}$ appliquée par toutes le molécules ayant une vitesse $\vec{v}$.
5. La proportion de molécules ayant une vitesse $\vec{v}$ est donnée par la fonction de distribution de Maxwell–Boltzmann
$$f(\vec{v}) = A.e^{-\frac{m}{2.k_B T}\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}$$
Calculer A pour que $f(\vec{v})$ soit normée.
6. Calculer la force totale $\vec{F}$ appliquée par toutes les molécules du gaz quelque soit leur vitesse sur la surface dS.
7. En déduire la pression p. Conclure.

On donne : $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2) \,.\, dx = \sqrt{\pi}$