

FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

ÉPREUVE SEMESTRIELLE

UNITÉ : PHYSIQUE STATISTIQUE

DURÉE : 02 HEURES.

EXERCICE 01: (08 points)

On veut calculer la pression p exercée par un gaz parfait monoatomique contenu dans une enceinte de volume V et maintenu à une température T sur les parois de l'enceinte. Dans ce cas, on considère que la pression du gaz est due aux chocs élastiques des molécules du gaz sur la surface de la paroi.

Soit une surface plane dS de la paroi, perpendiculaire à l'axe OX .

1. Quelle est la force exercée par une seule molécule de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ lors du choc ? la durée du choc étant notée Δt .
2. Quelle est la condition que doit vérifier la vitesse \vec{v} pour que la molécule puisse percuter la paroi ?
3. Quel est le nombre de molécules dN ayant la même vitesse $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$, incident sur la surface dS durant le temps Δt ? (la densité volumique des molécules est notée $n = N/V$)
4. En déduire la force $d\vec{F}$ appliquée par toutes les molécules ayant une vitesse \vec{v} .
5. La proportion de molécules ayant une vitesse \vec{v} est donnée par la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann

$$f(\vec{v}) = A \cdot e^{-\frac{m}{2k_B T}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}$$

Calculer A pour que $f(\vec{v})$ soit normée.

6. Calculer la force totale \vec{F} appliquée par toutes les molécules du gaz quelque soit leur vitesse sur la surface dS .
7. En déduire la pression p . Conclure.

On donne : $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2) \cdot dx = \sqrt{\pi}$

EXERCICE 02: (12 points)

Considérons un polymère formé en connectant N molécules de forme ovale en une chaîne unidimensionnelle. Chaque molécule peut s'aligner dans la chaîne soit selon son grand axe (de longueur $2a$) soit selon son axe court (de longueur a) comme le montre la figure 01. L'énergie des monomère (molécules) alignés selon le grand axe (position horizontale) est considérée comme nulle $\epsilon_H = 0$ et l'énergie des monomère alignés selon l'axe court (position verticale) est égale à $\epsilon_V = -\epsilon$ (ϵ étant une valeur positive).

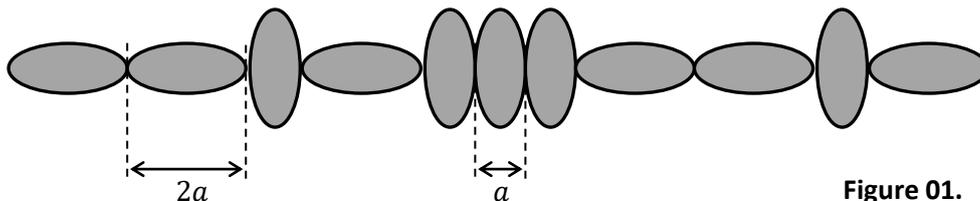


Figure 01.

ENSEMBLE MICROCANONIQUE.

Si on note n le nombre de monomère ayant une position verticale (axe court).

1. Quelle est l'énergie totale E de la chaîne ?
2. Dans le cas où $N \gg 1$ et $n \gg 1$. Montrer que l'entropie est donnée par :

$$S = k_B \left(N \ln \left(\frac{N}{N-n} \right) - n \ln \left(\frac{n}{N-n} \right) \right)$$

3. Calculer la température T de la chaîne, puis écrire n en fonction de la température.

ENSEMBLE CANONIQUE.

4. Calculer la fonction de partition Z de la chaîne de polymère.
5. En déduire l'énergie interne $U = \bar{E}$ de la chaîne.
6. Calculer l'énergie libre F (chaque monomère est localisé dans la chaîne).
7. Calculer l'entropie S .
8. Calculer à partir de la question 5. la capacité calorifique à longueur constante C_L (cas unidimensionnel).
9. Quelles sont les probabilités P_H et P_V pour qu'un monomère soit aligné, respectivement, suivant son grand axe ou suivant son petit axe ?
10. Quelle est la longueur L d'une chaîne ayant n monomères en position verticale ?
11. Calculer la longueur moyenne de la chaîne notée \bar{L} .
12. Calculer la variance de L .