FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

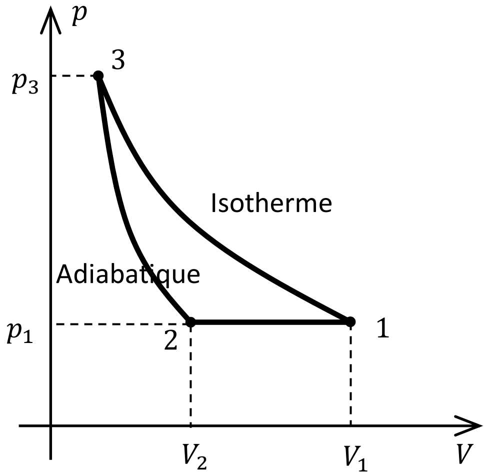
ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : PHYSIQUE STATISTIQUE

DURÉE : 01 HEURE 30 MINUTES.

EXERCICE 01 : (08 *points*)

On fait subir à une mole de gaz parfait monoatomique le cycle représenté dans la figure ci-contre.



Transformation 1 ⟶ 2 : refroidissement à pression constante.
Transformation 2 ⟶ 3 : compression adiabatique.
Transformation 3 ⟶ 1 : détente isotherme.

Toutes les transformations sont considérées comme réversibles.

1. Décrire, brièvement, la contrainte à fournir (dispositif expérimental) pour obtenir chacune des transformations précédentes.
2. Montrer que dans le cas d'un gaz parfait et pour une transformation adiabatique, nous avons $pV^{\gamma} = \text{Constante}$, tel que p est la pression du gaz parfait et V son volume. Que vaut γ dans le cas d'un gaz parfait monoatomique ?

Toutes les valeurs qui suivent doivent être calculées en fonction de R, T_1, T_2, V_1 et V_3.

3. Calculer les pressions p_1 et p_3 ainsi que le volume V_2 du gaz parfait.
4. Calculer les échanges de chaleurs Q_1^2 , Q_2^3 , Q_3^1 et les travaux W_1^2 , W_2^3 , W_3^1 pour les différentes transformations du cycle.
5. En déduire le travail total du gaz parfait W_{Cycle} et la quantité de chaleur totale Q_{Cycle} échangés durant le cycle. Commenter.
6. Calculer la variation de l'énergie interne du gaz parfait pour chaque transformation et la variation de son énergie interne ΔU_{Cycle} sur tout le cycle.
7. Calculer la variation de l'entropie du gaz parfait pour chaque transformation et la variation de son entropie ΔS_{Cycle} sur tout le cycle.
8. Trouver alors le rendement moteur η du cycle définit par ratio du travail restituée durant le cycle par rapport à la chaleur fournie, $\eta = \left| W_{\text{Cycle}} / Q_3^1 \right|$.

EXERCICE 02 :

Modèle à trois niveaux (**08 *points***)

Considérons un système en équilibre thermique avec un thermostat et composé de N particules identiques et discernables pouvant chacune occuper trois niveaux d'énergies :

$$\epsilon_{-1} = -\epsilon \quad ; \quad \epsilon_0 = 0 \quad ; \quad \epsilon_{+1} = +\epsilon \qquad \text{avec} \qquad \epsilon > 0$$

1. Calculer la fonction de partition canonique Z du système.
2. Calculer l'énergie moyenne $\bar{E} = U$ du système que nous assimilerons à son énergie interne U.
3. En déduire la capacité calorifique à volume constant C_V.
4. Donner l'expression de l'énergie libre du système $F(T)$ en fonction de la température T.
5. En déduire l'entropie du système $S(T)$.
6. Donner les probabilités canoniques P_{-1} ; P_0 ; P_{+1} pour qu'une particule occupe respectivement les niveaux d'énergies ϵ_{-1} ; ϵ_0 ; ϵ_{+1}. Discuter les cas limites $(T \longrightarrow 0)$ et $(T \longrightarrow \infty)$. Commenter.

Modèle à $(2n+1)$ *niveaux* (**04 *points***)

Considérons un système en équilibre thermique avec un thermostat et composé de N particules identiques et discernables pouvant chacune occuper $(2n+1)$ niveaux d'énergies comme suit :

$$\epsilon_p = p.\epsilon \qquad \text{où} \qquad -n \leq p \leq +n \quad \text{est un entier relatif}$$

7. Calculer la fonction de partition canonique z pour une particule.
8. En déduire l'énergie interne U du système (son énergie moyenne).

On donne :

$$1 + x + \cdots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} \qquad \text{et} \qquad \cosh(a) - \cosh(b) = 2\sinh\left(\frac{a+b}{2}\right)\sinh\left(\frac{a-b}{2}\right)$$