FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : PHYSIQUE STATISTIQUE.
DURÉE : 01 heure 45 minutes

EXERCICE 01 : (08 *points*)

Nous plaçons n moles de gaz d'hydrogène H_2, considéré comme étant un gaz parfait diatomique, dans un cylindre à parois rigides fermé par un piston étanche pouvant glisser sans frottements. Nous faisons subir à ce gaz le cycle thermodynamique suivant :

Transformation $1 \longrightarrow 2$: Nous chauffons le gaz tout en maintenant le piston immobile $(V_1 = V_2)$, la pression du gaz passe alors d'une valeur initiale p_1 à une valeur finale p_2.
Transformation $2 \longrightarrow 3$: Nous maintenons la pression constante $(p_2 = p_3)$ et nous chauffons encore le gaz, dans ce cas, son volume passe de V_2 à V_3.
Transformation $3 \longrightarrow 4$: Nous fixons le volume en maintenant le piston immobile et nous laissons refroidir le gaz jusqu'à ce que se pression revient à $p_4 = p_1$.
Transformation $4 \longrightarrow 1$: Le gaz subit un refroidissement isobare et revient à son volume initial V_1.

Toutes les transformations sont considérées comme réversibles.

1. A quelle condition un gaz réel tel que le dihydrogène peut être assimilé à un gaz parfait ?
2. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (V, p).
3. Calculer en fonction des pressions p_1, p_3 et des volumes V_1, V_3, les travaux $W_1^2, W_2^3, W_3^4, W_4^1$ et les échanges de chaleur $Q_1^2, Q_2^3, Q_3^4, Q_4^1$ sur chacune des branches du cycle. En déduire le travail total du gaz parfait W_{Cycle} et la quantité de chaleur totale Q_{Cycle} échangés durant le cycle (faire un tableau récapitulatif).
4. Retrouver W_{Cycle} et Q_{Cycle} directement à partir du diagramme de Clapeyron.
5. Quelle est la nature de ce cycle ?
6. Calculer, en fonctions des pressions, des volumes, de n et de R, la variation de l'entropie du gaz parfait pour chaque transformation et la variation de son entropie $\Delta S_{\mathrm{Cycle}}$ sur tout le cycle.

EXERCICE 02 : (06 *points*)

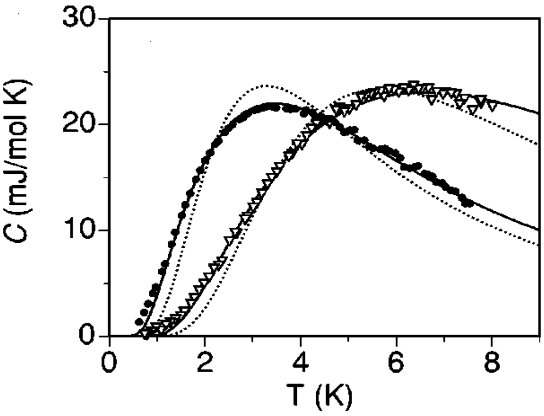
Parmi les différents types de pompe à fixation, on trouve les pompes à condensation. Par abaissement de la température d'une partie de la paroi de l'enceinte à vider, on condense le gaz ou la vapeur à éliminer. Le produit condensé est ensuite éliminé.
Soit une enceinte cylindrique dont le diamètre de la base est $D = 20\ cm$ et la hauteur $H = 20\ cm$, maintenue à une température constante $T = 273\ K$ sauf au niveau d'un élément de surface plane s représentant $0{,}1\%$ de la surface totale, maintenu à une température T_s inférieure à T et permettant la condensation de l'Hélium. Cette enceinte est initialement remplie d'Helium dans les conditions normales de température et de pression $0°C, 1\ atm$.

1. En utilisant la distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann, trouver le nombre de particules dN_s incident sur la surface s durant un temps dt.
2. En admettant que les molécules d'Hélium qui frappent la surface y restent collées, montrer que le nombre de molécules de ce gaz contenues dans l'enceinte à l'instant t est
$$N(t) = N(0).\exp(-t/\tau)$$
et exprimer τ en fonction de D, H, k_B, T et m la masse d'une molécule d'Hélium.
3. Calculer le temps Δt nécessaire pour diminuer d'un facteur 3 la pression dans l'enceinte.
4. Application : Calculer τ et Δt.
On donne la masse molaire de l'Hélium $M = 4{,}0\ g.mol^{-1}$ le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ et la constante de Boltzmann $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\ J/K$.

EXERCICE 03 : (06 *points*)

La capacité calorifique du composé $\mathrm{Fe_2VAl}$ a été mesurée en présence d'un champ magnétique, elle représenté à basses températures dans la figure 1.

Figure 1 : Chaleur spécifique du composé $\mathrm{Fe_2VAl}$ à basses températures dans un champ magnétique $B = 4\,Tesla$ (cercles) et $B = 8\,Tesla$ (triangles), comparée au modèle à deux niveaux (pointillés avec $\epsilon = 1{,}1\ \mu_B.B$) et au modèle à 3 niveaux (traits pleins avec $\epsilon = 1{,}93\ \mu_B.B$).
*(D'après Physical Review B, **60**, R13941, (1999)).*



Les chercheurs qui ont effectués ces mesures ont tenté de les interpréter par la présence de défauts magnétiques dans la structure.
Dans le modèle à deux niveaux, on considère que les défauts sont indépendants (sans interaction) et qu'ils ne peuvent se trouver que dans deux états d'énergie que l'on note ϵ_0 et ϵ_1 $(\epsilon_1 > \epsilon_0)$.

On note N le nombre total de défauts, n le nombre de défauts ayant une énergie ϵ_1 et on pose $\epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_0$.

1. Trouver l'énergie E du système en fonction des constantes $N, \epsilon,\ \epsilon_0$ et de la variable n.
2. Calculer le nombre d'états possibles du système $\Omega(n)$ pour un nombre n donné.
3. En déduire l'entropie $S(n)$ du système puis la température T en fonction de E.
4. En inversant la relation $T(E)$, trouver $n(T)$ puis $E(T)$.
5. Etudier les limites de $n(T)$ quand $T \to 0$ et $T \to \infty$.
6. Trouver, à partir de $E(T)$, la capacité calorifique à volume constant $C_V(T)$.