FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : PHYSIQUE STATISTIQUE.
DURÉE : 01 heure 45 minutes

EXERCICE 01 : (10 *points*)

On fait subir à une mole de gaz parfait monoatomique le cycle suivant.

Transformation $1 \longrightarrow 2$: Compression isotherme.
Transformation $2 \longrightarrow 3$: Chauffage isobare.
Transformation $3 \longrightarrow 4$: Détente adiabatique.
Transformation $4 \longrightarrow 1$: Refroidissement à volume constant.

Toutes les transformations sont considérées comme réversibles.

1. Décrire, brièvement, la contrainte à fournir (dispositif expérimental) pour obtenir chacune des transformations précédentes.
2. Quand le gaz parfait est dans l'état (1) sa pression est égale à la pression atmosphérique $p_1 = p_a$ et sa température est égale à la température ambiante $T_1 = T_a$. On donne $p_2 = 4p_a$ et $p_4 = 2p_a$. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (V, p).
3. Calculer en fonction de R et de T_a, les travaux $W_1^2, W_2^3, W_3^4, W_4^1$ et les échanges de chaleur $Q_1^2, Q_2^3, Q_3^4, Q_4^1$ sur chacune des branches du cycle. En déduire le travail total du gaz parfait W_{Cycle} et la quantité de chaleur totale Q_{Cycle} échangés durant le cycle.
4. En déduire le rendement moteur du cycle η définit par le ratio du travail effectué durant le cycle par rapport à la chaleur fournie.
5. Exprimer en fonction de R la variation de l'entropie du gaz parfait pour chaque transformation et la variation de son entropie ΔS_{Cycle} sur tout le cycle.
6. Application numérique : $R = 8{,}314$, $T_a = 25\,°C$.

EXERCICE 02 : (10 *points*)

Soit un ensemble de N atomes identiques, discernables, indépendants et en équilibre thermique T. Chaque atome possède un moment cinétique total $\vec{J}$. En présence d'un champ magnétique externe $\vec{B}$ chaque atome peut occuper $(2J + 1)$ états d'énergie non dégénérés

$$\epsilon_{m_J} = m_J . g\mu_B B \qquad \text{avec} \qquad m_J = -J, -J+1, \dots, J-1, J$$

g étant le facteur de Landé (sans dimension) et μ_B le magnéton de Bohr.

1. Calculer la fonction de partition Z pour ce système.
2. En déduire l'énergie moyenne $\overline{E}$ assimilée à l'énergie interne U du système.
3. Calculer la capacité calorifique à volume constant C_V.
4. Calculer l'énergie libre F de l'ensemble de N atomes.
5. En déduire l'entropie S du système.
6. Déterminer la probabilité $P(m_J)$ pour un atome pour se trouver à un niveau d'énergie ϵ_{m_J}.
7. La composante du moment magnétique d'un atome suivant la direction du champ $\vec{B}$ est donnée par : $\mu_{m_J} = -m_J . g\mu_B$. Trouver alors, le moment moyen par atome $\overline{\mu}$ dans cette direction.
8. Etudier le comportement de U et de C_V, dans le cas où $T \gg \theta_J$ et dans le cas où $T \ll \theta_J$. Tel que θ_J est une température caractéristique que l'on déterminera.

On peut utiliser :

$$\sum_{m_J=-J}^{+J} a^{m_J} = \frac{a^{\left(J+\frac{1}{2}\right)} - a^{-\left(J+\frac{1}{2}\right)}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}} \quad ; \quad \begin{cases} \sinh x \approx x \quad \text{et} \quad \text{cotanh}\, x \approx \dfrac{1}{x} + \dfrac{x}{3} \quad \text{pour} \quad x \ll 1 \\ \sinh x \approx \dfrac{1}{2} e^x \quad \text{et} \quad \text{cotanh}\, x \approx 1 \quad \text{pour} \quad x \gg 1 \end{cases}$$