FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : PHYSIQUE STATISTIQUE.

DURÉE : 01 heure 45 minutes

EXERCICE 01 : (10 *points*)

On fait subir à une mole de gaz parfait monoatomique le cycle suivant.

Transformation $1 \longrightarrow 2$: compression adiabatique.
Transformation $2 \longrightarrow 3$: refroidissement à pression constante.
Transformation $3 \longrightarrow 4$: détente isotherme.
Transformation $4 \longrightarrow 1$: chauffage isochore.

Toutes les transformations sont considérées comme réversibles.

1. Décrire brièvement la contrainte à fournir (dispositif expérimental) pour obtenir chacune des transformations précédentes.
2. Quand le gaz parfait est dans l'état (1) sa pression est égale à la pression atmosphérique $p_1 = p_a$ et sa température est égale à la température ambiante $T_1 = T_a$. On donne $p_2 = 2p_a$ et $p_4 = p_a/2$. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (V, p).
3. Ecrire sous forme de tableau la pression, le volume et la température de chaque état en fonction de p_a, T_a et R.
4. Calculer en fonction de R et de T_a, les travaux $(W_1^2, W_2^3, W_3^4, W_4^1)$, les échanges de chaleur $(Q_1^2, Q_2^3, Q_3^4, Q_4^1)$ et la variation d'énergie interne ΔU sur chacune des branches du cycle. En déduire le travail total du gaz parfait W_{cycle} et la quantité de chaleur totale Q_{cycle} échangés durant le cycle (résumer sous forme de tableau).
5. Quelle est la nature de ce cycle ?
6. Exprimer en fonction de R la variation de l'entropie du gaz parfait pour chaque transformation et la variation de son entropie ΔS_{cycle} sur tout le cycle.
7. Application numérique (pour les questions 4 et 6) : $R = 8{,}314$, $T_a = 300\ K$.

EXERCICE 02 : (10 *points*)

Soit un ensemble de N atomes identiques, discernables, indépendants et en équilibre thermique T. Chaque atome peut occuper un des n états d'énergie notés $(\epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$. Les niveaux d'énergies étant équidistants on peut les écrire sous la forme

$$\epsilon_p = \epsilon_0 + p.\epsilon \qquad \text{avec} \qquad p = 0, \dots, n$$

ϵ_0 étant le niveau de plus basse énergie (fondamental) et $(\epsilon > 0)$ est l'écart entre deux niveaux successifs (constant).

1. Calculer la fonction de partition canonique Z pour ce système.
2. En déduire l'énergie moyenne $\overline{E}$ assimilée à l'énergie interne U du système.
3. Calculer la capacité calorifique à volume constant C_V.
4. Calculer l'énergie libre F de l'ensemble de N atomes.
5. En déduire l'entropie S du système.
6. Déterminer la probabilité $\text{Proba}(p)$ pour un atome de se trouver à un niveau d'énergie ϵ_p.
7. Etudier le comportement de C_V, dans le cas où $T \gg \theta$ et dans le cas où $T \ll \theta$. Tel que θ est une température caractéristique que l'on déterminera.
8. Discuter les valeurs de U dans les cas limites $(T \longrightarrow 0)$ et $(T \longrightarrow \infty)$. Commenter.

On peut utiliser :

$$1 + x + \dots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} \qquad ; \qquad \begin{cases} \sinh x \approx x & \text{et} \quad \cosh x \approx 1 \quad \text{pour} \quad x \ll 1 \\ \sinh x \approx e^x/2 & \text{et} \quad \cosh x \approx e^x/2 \quad \text{pour} \quad x \gg 1 \end{cases}$$