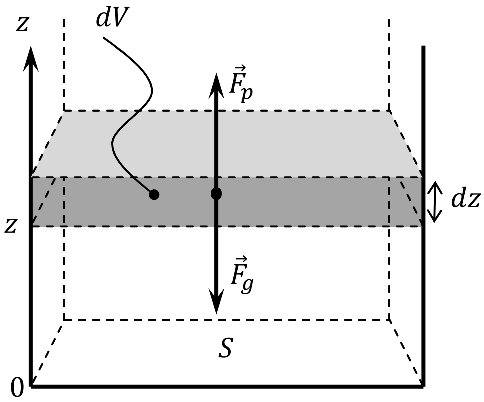
FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : PHYSIQUE STATISTIQUE

DURÉE : 01 HEURE 30 MINUTES.



EXERCICE 01 : (07 points)

Nous considérons l'atmosphère terrestre comme étant un gaz parfait à température constante. Ce gaz est constitué de particules de masse m chacune subissant l'attraction gravitationnelle uniforme de la terre ($\vec{g} = -g.\vec{e}_z$).

Nous subdivisons une colonne de base S de l'atmosphère en couches d'épaisseur dz, l'axe (Oz) étant l'axe vertical (figure ci-contre). Une couche d'épaisseur dz se trouvant à une hauteur z reste en équilibre sous l'effet de deux forces opposées : la force d'attraction de la terre $\vec{F}_g$ et la force $\vec{F}_p$ due à la différence de pression entre la couche qui lui est inférieure et la couche qui lui est supérieure.

1. En notant $n(z)$ la densité de particules à une hauteur z, Ecrire le nombre de particules dN_z se trouvant le volume dV compris entre z et $z + dz$.
2. En déduire l'expression du poids $\vec{F}_g$ de la couche d'épaisseur dz se trouvant à une hauteur z.
3. Ecrire la force $\vec{F}_p$, due à la différence de pression $p(z)$ exercée sur cette couche.
4. En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits et en écrivant l'équilibre des deux forces, trouver alors l'expression $n(z)$ de la densité du gaz (atmosphère) en fonction de la hauteur z. On note $n(z = 0) = n_0$ la densité atmosphérique à $z = 0$.
5. Comparer le résultat trouvé avec la loi de distribution de Maxwell-Boltzmann (énergie potentielle non nulle).

EXERCICE 02 : (13 points)

Un système isolé est constitué de N atomes discernables. Chaque atome de ce système ne peut se trouver que dans deux états, l'état $|1\rangle$ d'énergie nulle $\epsilon_1 = 0$ et l'état $|2\rangle$ d'énergie positive $\epsilon_2 = \epsilon$. L'énergie totale E du système étant fixée, on note n_1 et $n_2 = n$ (le nombre d'atomes occupant respectivement les niveaux ϵ_1 et ϵ_2).

1. Exprimer n_1 et n_2 (en fonction de N, E et ϵ).
2. Quel est le nombre total Ω_{tot} de micro-états (configurations) possibles du système ?
3. Pour N et E quelconques, quel est le nombre $\Omega(n)$ de micro-états accessibles au système ?
4. Rappeler la définition de l'entropie microcanonique $S(N, E)$, puis la calculer pour ce système dans l'approximation de Stirling (N, n_1 et $n_2 \gg 1$).
5. En déduire L'énergie du système en fonction de la température $E(T)$.
6. Trouver alors, la capacité calorifique à volume constant du système $C_V(T)$.
7. Posons $P_1 = 1 - P$ et $P_2 = P$, les probabilités de trouver un atome dans les états respectifs $|1\rangle$ et $|2\rangle$. Donner P_1 et P_2 en fonction de N, ϵ et T.
8. Que deviennent les résultats trouvés (questions 5,6 et 7), dans les cas $k_B T \gg \epsilon$ et $k_B T \ll \epsilon$? Expliquer.

On considère maintenant que le système soit en équilibre thermique avec un thermostat qui li impose une température donnée T.

9. Ecrire la fonction de partition canonique Z du système.
10. En déduire l'énergie interne $U(T)$, puis la comparer avec la relation trouvée en 5.
11. Calculer l'énergie libre $F(T)$ du système dans l'ensemble canonique.