FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

# CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : RELATIVITÉ RESTREINTE.

**EXERCICE 01: (07 *points*)**

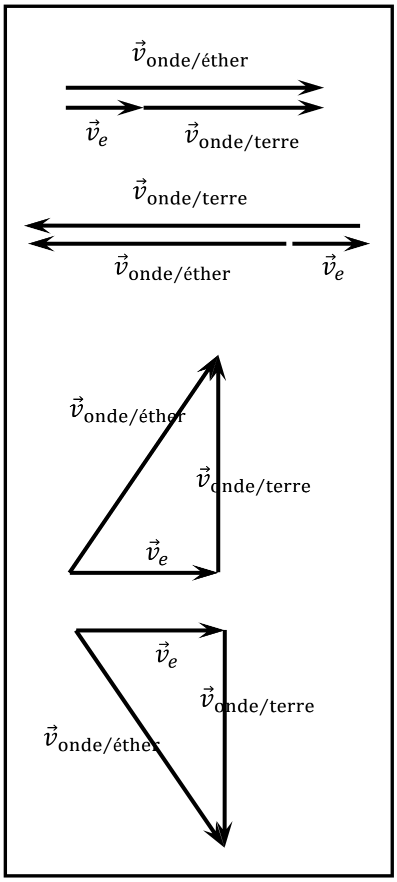
**1. Vitesse de la Terre par rapport à l'éther.**

$$\boxed{v_e = R.\omega = \frac{2\pi R}{T}}$$

$R = 150 \times 10^6\ km$ est le rayon de l'orbite de la terre autour du soleil (supposée circulaire).
$T = 365{,}25\ Jours$ est la période de rotation de la terre autour du soleil.
D'où

$$\boxed{v_e = 29864{,}4383\ \ m/s = 107911{,}9780\ \ km/h}$$

**2. Temps d'aller retour d'un rayon lumineux le long de chacun des deux bras.**




La loi galiléenne de composition des vitesses s'écrit :

$$\vec{v}_{\text{onde/éther}} = \vec{v}_e + \vec{v}_{\text{onde/terre}}$$

Avec

$$\left|\vec{v}_{\text{onde/éther}}\right| = c \qquad \text{et} \qquad \left|\vec{v}_{\text{onde/terre}}\right| = V'$$

Pour un rayon lumineux se propageant dans la direction de déplacement de la terre par rapport à l'éther.

Le temps de l'aller $M_0M_1$ est égal à : $t_{1a} = l/v' = l/(c - v_e)$.
Le temps du retour $M_1M_0$ est égal à : $t_{1r} = l/v' = l/(c + v_e)$.

Et le temps de l'aller-retour $M_0M_1M_0$ :

$$t_1 = t_{1a} + t_{1r} = \frac{2l.c}{c^2 - v_e^2} = \frac{2l/c}{1 - \beta_e^2}$$

Pour un rayon lumineux se propageant dans la direction perpendiculaire au déplacement de la terre par rapport à l'éther.

Le temps de l'aller $M_0M_2$ est égal à : $t_{2a} = l/v' = l/\sqrt{c^2 - v_e^2}$.
Le temps du retour $M_1M_0$ est égal à : $t_{2r} = l/v' = l/\sqrt{c^2 - v_e^2}$.

Et le temps de l'aller-retour $M_0M_2M_0$ :

$$t_2 = t_{2a} + t_{2r} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v_e^2}} = \frac{2l/c}{\sqrt{1 - \beta_e^2}}$$

**3. Déphasage qui devrait être observé en sortie de l'interféromètre.**

Pour $v_e \ll c$ ou $\beta_e^2 = v_e^2/c^2 \ll 1$

$$t_1 \approx \frac{2l}{c}(1 + \beta_e^2) \qquad \text{et} \qquad t_2 \approx \frac{2l}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\beta_e^2\right)$$

La différence de marche équivalente à ce retard est : $\Delta x = c.(t_1 - t_2) = l.\beta_e^2$

Et la différence de phase :

$$\boxed{\Delta\phi = k.\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} l\beta_e^2}$$

Pour $l = 22\,m$ et une longueur d'onde $\lambda = 589\,nm$ avec $\beta_e = v_e/c = 10^{-4}$ la différence de phase théorique devrait être égale à :

$$\boxed{\Delta\phi = 0{,}3701 \times 2\pi}$$

**4. Pour déphasage à mieux qu'un centième de frange.**

$$\Delta\phi = 0{,}01 \times 2\pi$$

Donc

$$\beta_e = \frac{v_e}{c} = \sqrt{\frac{0{,}01.\lambda}{l}} = 1{,}6362 \times 10^{-5}$$

Et

$$\boxed{v_e = 4{,}9087 \times 10^3\ m/s}$$

Cette vitesse est excessivement faible par rapport à celle observée expérimentalement (observations astronomiques).

**EXERCICE 02: (07 *points*)**

**1. Coordonnées des événements.**

La transformation de Lorentz donne

$$\boxed{\begin{cases} ct' = \gamma_e(ct - \beta_e x) \\ x' = \gamma_e(-\beta_e . ct + x) \end{cases}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\begin{cases} ct = \gamma_e(ct' + \beta_e . x') \\ x = \gamma_e(\beta_e . ct' + x') \end{cases}}$$

Avec

$$\boxed{\beta_e = v_e/c} \quad \text{et} \quad \boxed{\gamma_e = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_e^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}}}$$

Evénement $E_1 =$ « $A$ et $B'$ coïncident »

$$x_1 = 0 \quad ; \quad x_1' = 0 \quad ; \quad t_1 = 0 \quad ; \quad t_1' = 0$$

$$E_1 = \begin{pmatrix} ct_1 = 0 \\ x_1 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_1 = \begin{pmatrix} ct_1' = 0 \\ x_1' = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

Evénement $E_2 =$ « $A$ et $A'$ coïncident »

$$x_2 = 0 \quad ; \quad x_2' = -l \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} ct_2 = \gamma_e(ct_2' - \beta_e l) \\ 0 = \gamma_e(\beta_e . ct_2' - l) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad ct_2' = \frac{l}{\beta_e} \quad \text{et} \quad ct_2 = \frac{l}{\gamma_e \beta_e}$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} ct_2 = l/\gamma_e\beta_e \\ x_2 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_2 = \begin{pmatrix} ct_2' = l/\beta_e \\ x_2' = -l \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

Evénement $E_3 =$ « $B$ et $A'$ coïncident »

$$x_3 = l \quad ; \quad x_3' = -l \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} ct_3 = \gamma_e(ct_3' - \beta_e l) \\ l = \gamma_e(\beta_e . ct_3' - l) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad ct_3' = \frac{1+\gamma_e}{\gamma_e\beta_e} l \quad \text{et} \quad ct_3 = \frac{1+\gamma_e}{\gamma_e\beta_e} l$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} ct_3 = (1+\gamma_e)\, l/\gamma_e\beta_e \\ x_3 = l \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_3 = \begin{pmatrix} ct_3' = (1+\gamma_e)\, l/\gamma_e\beta_e \\ x_3' = -l \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

**2. Carré des intervalles.**

$$s_{12}^2 = (ct_2 - ct_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 = \frac{l^2}{\gamma_e^2\beta_e^2}$$

$$s_{13}^2 = (ct_3 - ct_1)^2 - (x_3 - x_1)^2 = \frac{2(1+\gamma_e^2)}{\gamma_e^2\beta_e^2} l^2$$

$$s_{23}^2 = (ct_3 - ct_2)^2 - (x_3 - x_2)^2 = \frac{l^2}{\gamma_e^2\beta_e^2}$$

**3. Invariance des intervalles.**

$${s'_{12}}^2 = (ct_2' - ct_1')^2 - (x_2' - x_1')^2 = \frac{l^2}{\gamma_e^2\beta_e^2} = s_{12}^2 > 0 \qquad \text{genre temps}$$

$${s'_{13}}^2 = (ct_3' - ct_1')^2 - (x_3' - x_1')^2 = \frac{2(1+\gamma_e^2)}{\gamma_e^2\beta_e^2} l^2 = s_{13}^2 > 0 \qquad \text{genre temps}$$

$${s'_{23}}^2 = (ct_3' - ct_2')^2 - (x_3' - x_2')^2 = \frac{l^2}{\gamma_e^2\beta_e^2} = s_{13}^2 > 0 \qquad \text{genre temps}$$

**4. Chronologie des événements.**

Dans le référentiel $\mathcal{R}$.

$$ct_1 < ct_2 < ct_3$$

Donc, $E_1$ se produit avant $E_2$ qui lui-même se produit avant $E_3$.

Dans le référentiel $\mathcal{R}'$.

$$ct'_1 < ct'_2 < ct'_3$$

Donc, $E_1$ se produit avant $E_2$ qui lui-même se produit avant $E_3$.

L'ordre chronologique est toujours respecté pour des événements liés par des intervalles du genre temps.

**5. Application Numérique.**

$$l = 1\,m \quad \text{et} \quad v = \left(2\sqrt{6}/5\right)c \qquad \beta_e = 2\sqrt{6}/5 \quad ; \quad \gamma_e = 5 \quad \text{et} \quad \beta_e\gamma_e = 2\sqrt{6}$$

$$E_1 = \begin{pmatrix} ct_1 = 0 \\ x_1 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \qquad ; \qquad E_1 = \begin{pmatrix} ct'_1 = 0 \\ x'_1 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} ct_2 = 1/2\sqrt{6} \\ x_2 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \qquad ; \qquad E_2 = \begin{pmatrix} ct'_2 = 5/2\sqrt{6} \\ x'_2 = -1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} ct_3 = \sqrt{6}/2 \\ x_3 = 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \qquad ; \qquad E_3 = \begin{pmatrix} ct'_3 = \sqrt{6}/2 \\ x'_3 = -1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

$$s_{12}^2 = \frac{1}{24}$$

$$s_{13}^2 = (ct_3 - ct_1)^2 - (x_3 - x_1)^2 = \frac{13}{6}$$

$$s_{23}^2 = (ct_3 - ct_2)^2 - (x_3 - x_2)^2 = \frac{1}{24}$$

FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

# CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : RELATIVITÉ RESTREINTE.

| Matricule : | Nom : Doe | Prénom : John | Groupe : |
|---|---|---|---|

**Questions de cours : (06 points)**

**Encercler la (les) lettre(s) correspondant à la bonne réponse :**

1. J'observe une petite fille qui saute à la corde à l'intérieur d'un train qui passe devant moi avec une vitesse constante et je remarque que sa trajectoire est une
   a. Droite verticale.
   b. En dents de scie.
   c. Des arcs de parabole.
   d. Sinusoïdale.

2. Je me déplace en voiture sous la pluie avec une vitesse constante par rapport au sol et je remarque que les goutes de pluie décrivent une trajectoire rectiligne inclinée par rapport à ma voiture, alors que quand j'étais à l'arrêt leur trajectoire était verticale. J'en déduis que :
   a. La vitesse des gouttes de pluie est variable par rapport au sol.
   b. La vitesse des gouttes est variable par rapport à la voiture en déplacement.
   c. La vitesse des gouttes est constante dans les deux repères.

3. Parmi les équations suivantes, lesquels sont invariantes par rapport à la transformation de Galilée pour des référentiels galiléens ?
   a. Le théorème de Gauss.
   b. L'équation de Maxwell-Ampère.
   c. L'équation de Maxwell-Faraday.
   d. L'équation de Maxwell-Thomson.

4. Quelles propositions sont fausses parmi les propositions suivantes ?
   a. La transformation de Lorentz-Poincaré est linéaire.
   b. La transformation de Lorentz-Poincaré est réciproque.
   c. Les équations de Maxwell sont invariantes par la transformation de Lorentz-Poincaré.
   d. La vitesse de la lumière est invariante pour tous les référentiels galiléens.

5. Un extra-terrestre passe devant la terre en ligne droite et avec une vitesse constante $v = (2\sqrt{6}/5)c$ par rapport à la terre. L'extra-terrestre s'intéresse à un match de foot qui se joue sur terre, pour un observateur sur terre le match dure 90 minutes, mais pour l'extraterrestre ce match dure :
   a. 45 minutes.
   b. 450 minutes.
   c. 4500 minutes.
   d. 45000 minutes.

6. Dans la question précédente la longueur du vaisseau spatial de l'extra-terrestre, mesuré par l'extra-terrestre (dans le référentiel lié au vaisseau), est de 1000 ule (unité de longueur extra-terrestre). Quelle est sa longueur mesurée par un joueur sur le terrain (référentiel terrestre) ?
   a. 2 ule.
   b. 20 ule.
   c. 200 ule.
   d. 2000 ule.