FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE : RELATIVITÉ RESTREINTE

DURÉE : 60 minutes.

Nom et Prénom : John Doe	Signature :	Note : /20

Questions de cours : (10 points)

Encercler la (les) lettre(s) correspondant à la bonne réponse :

1. J'observe une petite fille qui saute à la corde à l'intérieur d'un train qui passe devant moi avec une vitesse constante et je remarque que sa trajectoire est :
   a. Un segment de droite vertical.
   b. Sinusoïdale.
   c. En dents de scie.
   d. En arcs de parabole.

2. Parmi les lois suivantes, quelles sont les équations (lois) invariantes par la transformation de Galilée pour tous les référentiels galiléens ?
   a. Le principe fondamental de la dynamique.
   b. Les équations de Maxwell.
   c. Les équations de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.
   d. L'équation de continuité en électromagnétisme.

3. Un homme, lié au sol et par une journée sans vents, entend la sirène d'une voiture de pompier.
   a. Le son de la sirène est plus aigu quand la voiture s'éloigne (comparé à l'arrêt).
   b. Le son de la sirène est plus aigu quand la voiture se rapproche (comparé à l'arrêt).
   c. La vitesse de l'onde sonore est de 340 m/s pour l'homme.
   d. La vitesse de l'onde sonore est de 340 m/s pour la voiture de pompier.

4. Quelle expérience est généralement citée pour montrer que la vitesse de la lumière dans le vide est invariante par rapport tous les référentiels galiléens ?
   a. L'expérience de la roue dentée de Fizeau.
   b. L'expérience du miroir tournant de Foucault.
   c. L'expérience d'interférométrie de Michelson et Morley.
   d. L'expérience du mont Washington sur la désintégration des muons.

5. La composition de deux transformations de Lorentz, pour des référentiels se déplaçant suivant la même direction et avec des vitesses constantes les uns par rapport aux autres, donne une transformation de Lorentz, tel que :
   a. $v_{\text{résultante}} = v_1 + v_2$ (la vitesse de translation).
   b. $\beta_{\text{résultante}} = \beta_1 + \beta_2$ (le facteur $\beta = v/c$).
   c. $\gamma_{\text{résultante}} = \gamma_1 + \gamma_2$ (le facteur $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$).
   d. $r_{\text{résultante}} = r_1 + r_2$ (la rapidité $r = \text{arctanh}\,\beta$).

6. Si un intervalle espace-temps entre deux événements est « du genre temps », alors :
   a. La grandeur $c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$ est nulle.
   b. Les deux événements peuvent être reliés par une ligne d'univers.
   c. Un des événements se trouve en dehors du cône de lumière centré sur l'autre événement.
   d. Les deux événements représentent l'évolution dans le temps de la même particule.

7. Si deux événements sont simultanés (et non localisés), alors :
   a. L'intervalle espace-temps entre les deux événements est du genre temps.
   b. L'intervalle espace-temps entre les deux événements est du genre espace.
   c. L'intervalle espace-temps entre les deux événements est du genre lumière.
   d. Un des événements est la cause de l'autre.

8. Un extra-terrestre passe devant la terre en ligne droite et avec une vitesse $v = \left(2\sqrt{2}/3\right)c$ constante par rapport à la terre. L'extra-terrestre s'intéresse à un match de foot qui se joue sur terre, pour un observateur sur terre le match dure 90 minutes, mais pour l'extraterrestre ce match dure :
   a. 180 minutes.
   b. 270 minutes.
   c. 1800 minutes.
   d. 2700 minutes.

9. Dans la question précédente la longueur du vaisseau spatial de l'extra-terrestre, mesuré par l'extra-terrestre (dans le référentiel lié au vaisseau), est de 30 ule (unité de longueur extra-terrestre). Quelle est sa longueur mesurée par un joueur sur le terrain (référentiel terrestre) ?
   a. 10 ule.
   b. 20 ule.
   c. 100 ule.
   d. 200 ule.

10. Quel est, selon vous, le principe essentiel de la relativité restreinte ? Expliquer.

Principe d'équivalence :

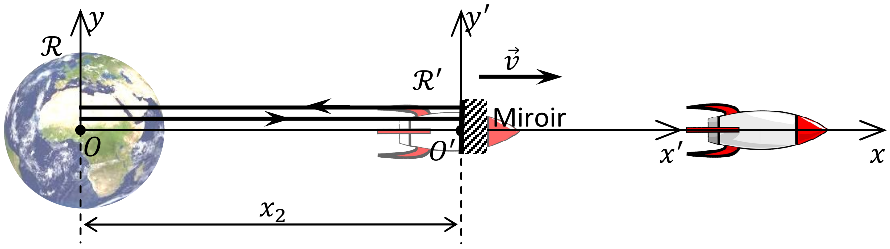
Les lois fondamentales de la mécanique et de l'électromagnétisme

Par le changement de référentiel galiléen

Nom et Prénom : John Doe	Signature :

Exercice : (10 points)

Une fusée (référentiel $\mathcal{R}'$) se déplace avec une vitesse constante $v = \beta . c$ par rapport à la Terre (référentiel $\mathcal{R}$). Les conditions initiales et les directions des axes sont ceux de la transformée de Lorentz dont les variables sont (ct, x). Après un temps $t_1 = T$ dans le référentiel terrestre, la Terre émet un signal lumineux en direction de la fusée, quand le signal est reçu par la fusée il est immédiatement réfléchit par un miroir vers la Terre. Nous appelons les événements : E_1 « émission du signal à partir de la Terre », E_2 « réception-réflexion du signal sur la fusée » et E_3 « réception du signal sur Terre».



Ecrire en fonction de β, γ et cT les coordonnées des événements E_1, E_2 et E_3 dans les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$.
(Remarquer que : $t_2 = t_1 + (x_2/c)$ et $t_3 = t_2 + (x_2/c)$)

Transformation de Lorentz

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta . x') \\ x = \gamma(\beta . ct' + x') \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} ct' = \gamma(ct - \beta . x) \\ x' = \gamma(-\beta . ct + x) \end{cases}$$

<u>Evénement E_1 « émission du signal à partir de la Terre »</u>

$$x_1 = 0 \quad et \quad ct_1 = cT$$

Donc

$$\begin{cases} cT = \gamma(ct_1' + \beta . x_1') \\ 0 = \gamma(\beta . ct_1' + x_1') \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} ct_1' = \gamma(cT - \beta . 0) \\ x_1' = \gamma(-\beta . cT + 0) \end{cases}$$

Ce qui donne

$$\boxed{E_1 \begin{pmatrix} ct_1 = cT \\ x_1 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}} \quad et \quad \boxed{E_1 \begin{pmatrix} ct_1' = \gamma cT \\ x_1' = -\beta\gamma cT \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

<u>Evénement E_2 « réception-réflexion du signal sur la fusée »</u>

$$x_2' = 0 \quad et \quad ct_2 = ct_1 + x_2 = cT + x_2$$

Donc

$$\begin{cases} ct_2 = \gamma(ct_2' + \beta . 0) = cT + x_2 \\ \quad x_2 = \gamma(\beta . ct_2' + 0) \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} ct_2' = \gamma(ct_2 - \beta . x_2) \\ 0 = \gamma(-\beta . ct_2 + x_2) \end{cases}$$

La quatrième équation donne

$$0 = \gamma(-\beta . ct_2 + x_2) \Rightarrow -\beta . (cT + x_2) + x_2 = 0 \quad et \quad x_2 = \beta cT/(1 - \beta)$$

Donc $ct_2 = cT + x_2 = cT/(1 - \beta)$

Et en remplaçant dans la troisième équation

$$ct'_2 = \gamma(ct_2 - \beta.x_2) = \gamma\frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta)}cT = \frac{1}{\gamma(1-\beta)}cT$$

Ce qui donne

$$\boxed{E_2\begin{pmatrix} ct_2 = cT/(1-\beta) \\ x_2 = \beta cT/(1-\beta)\end{pmatrix}_{\mathcal{R}}} \quad et \quad \boxed{E_2\begin{pmatrix} ct'_2 = cT/\gamma(1-\beta) \\ x'_2 = 0\end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

Evénement E_3 « réception du signal sur Terre»

$$x_3 = 0 \quad et \quad ct_3 = ct_2 + x_2 = \frac{(1+\beta)}{(1-\beta)}cT$$

Donc

$$\begin{cases} ct_3 = \gamma(ct'_3 + \beta.x'_3) \\ 0 = \gamma(\beta.ct'_3 + x'_3)\end{cases} \quad et \quad \begin{cases} ct'_3 = \gamma(ct_3 - \beta.0) \\ x'_3 = \gamma(-\beta.ct_3 + 0)\end{cases}$$

Ce qui donne

$$\boxed{E_3\begin{pmatrix} ct_3 = (1+\beta)cT/(1-\beta) \\ x_3 = 0\end{pmatrix}_{\mathcal{R}}} \quad et \quad \boxed{E_3\begin{pmatrix} ct'_3 = \gamma\,(1+\beta)cT/(1-\beta) \\ x'_3 = -\beta\gamma\,(1+\beta)cT/(1-\beta)\end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

Représenter sur le diagramme de Minkowski pour $\beta = 0{,}6$ les axes (x', ct') puis les événements E_2 et E_3 en précisant leurs coordonnées.

$$\boldsymbol{\beta = 0,6}$$

$$\boldsymbol{\gamma = 1/0,8 = 4/5}$$

$$\boldsymbol{E_2\begin{pmatrix} ct_2 = 5\,cT/2 \\ x_2 = 3cT/2\end{pmatrix}_{\mathcal{R}}}$$

$$\boldsymbol{E_3\begin{pmatrix} ct_3 = 4cT \\ x_3 = 0\end{pmatrix}_{\mathcal{R}}}$$

Et

$$\boldsymbol{cT \rightarrow 2\ cm}$$