FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : RELATIVITÉ RESTREINTE.

EXERCICE 01: (05 *points*)

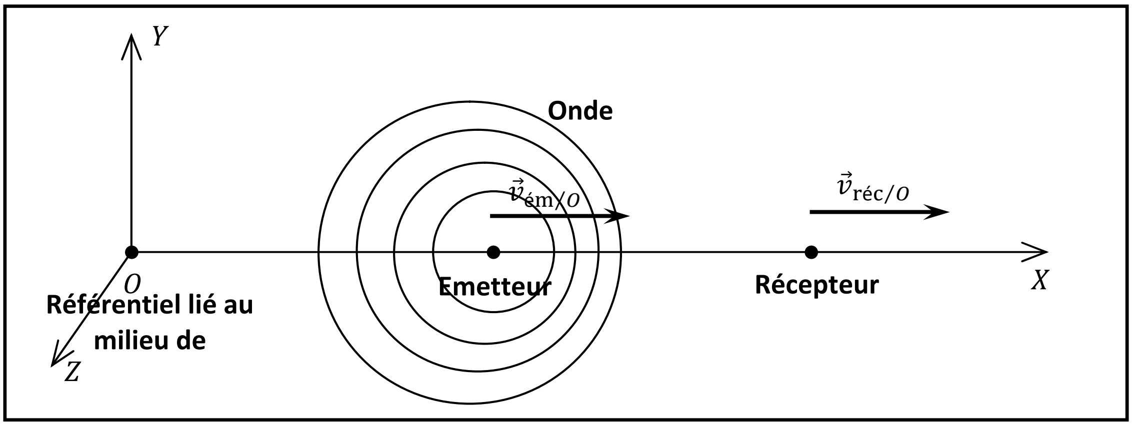
1. Effet Doppler longitudinal**.**

$(OXYZ)$: Référentiel absolu (fixe) est lié au milieu de propagation.

$\vec{v}_{\text{onde}/O}$: Vitesse de l'onde par rapport au milieu de propagation $\left(\left|\vec{v}_{\text{onde}/O}\right| = c\right)$.

Les vitesses de l'onde par rapport à l'émetteur et au récepteur : $\vec{v}_{\text{onde/ém}}$ et $\vec{v}_{\text{onde/réc}}$.

Vitesses de l'émetteur et du récepteur par rapport au milieu : $\vec{v}_{\text{ém}/O}$ et $\vec{v}_{\text{réc}/O}$.



La loi de composition galiléenne des vitesses donne :

$$\begin{cases} \vec{v}_{\text{onde}/O} = \vec{v}_{\text{onde/ém}} + \vec{v}_{\text{ém}/O} \\ \vec{v}_{\text{onde}/O} = \vec{v}_{\text{onde/réc}} + \vec{v}_{\text{réc}/O} \end{cases}$$

En faisant la projection (on utilise les valeurs algébriques pour $v_{\text{ém}/O}$ et $v_{\text{réc}/O}$)

$$\begin{cases} c = v_{\text{onde/ém}} + v_{\text{ém}/O} \\ c = v_{\text{onde/réc}} + v_{\text{réc}/O} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} v_{\text{onde/ém}} = \lambda . f_{\text{ém}} \\ v_{\text{onde/réc}} = \lambda . f_{\text{réc}} \end{cases}$$

La longueur d'onde mesurée par l'émetteur et le récepteur étant la même.

Ce qui donne la loi reliant les fréquences émise et reçu :

$$\boxed{f_{\text{réc}} = \left(\frac{c - v_{\text{réc}/O}}{c - v_{\text{ém}/O}}\right) f_{\text{ém}}}$$

Dans cette équation : $(c > 0)$ si l'émetteur se trouve avant le récepteur $(x_{\text{ém}} < x_{\text{réc}})$, et $(c < 0)$ si l'émetteur se trouve après le récepteur $(x_{\text{ém}} > x_{\text{réc}})$.

2. Dans le cas d'un récepteur fixe $v_{\text{réc}/O} = 0$.

L'émetteur se dirige vers le récepteur avec une vitesse $v_{\text{ém}}$ donc $v_{\text{ém}/O} = v_{\text{ém}}$.

$$f_{\text{réc1}} = \frac{c}{c - v_{\text{ém}}} f_{\text{ém}}$$

L'émetteur s'éloigne du récepteur avec une vitesse $v_{\text{ém}}$ donc $v_{\text{ém}/O} = -v_{\text{ém}}$.

$$f_{\text{réc2}} = \frac{c}{c + v_{\text{ém}}} f_{\text{ém}}$$

En divisant les deux équations, nous trouvons

$$\frac{f_{\text{réc1}}}{f_{\text{réc2}}} = \frac{c + v_{\text{ém}}}{c - v_{\text{ém}}}$$

Donc

$$\boxed{v_{\text{ém}} = \frac{(f_{\text{réc1}}/f_{\text{réc2}}) - 1}{(f_{\text{réc1}}/f_{\text{réc2}}) + 1} c}$$

D'un autre côté

$$\begin{cases} f_{\text{réc1}} = \dfrac{c}{c - v_{\text{ém}}} f_{\text{ém}} \\ f_{\text{réc2}} = \dfrac{c}{c + v_{\text{ém}}} f_{\text{ém}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{\text{ém}} = c\left(1 - \dfrac{f_{\text{ém}}}{f_{\text{réc1}}}\right) \\ v_{\text{ém}} = c\left(\dfrac{f_{\text{ém}}}{f_{\text{réc2}}} - 1\right) \end{cases}$$

En faisant l'égalité

$$1 - \frac{f_{\text{ém}}}{f_{\text{réc1}}} = \frac{f_{\text{ém}}}{f_{\text{réc2}}} - 1$$

Donc

$$\boxed{f_{\text{ém}} = 2\frac{f_{\text{réc1}} \cdot f_{\text{réc2}}}{f_{\text{réc1}} + f_{\text{réc2}}}}$$

3. Application numérique :

$$c = 340{,}29\ m/s \quad ; \quad f_{\text{réc1}} = 1140\ Hz \quad ; \quad f_{\text{réc2}} = 980\ Hz$$

Ce qui donne

$$\boxed{v_{\text{ém}} = 25{,}682\ m/s = 92{,}456\ km/h} \quad \text{et} \quad \boxed{f_{\text{ém}} = 1053{,}962\ Hz}$$

EXERCICE 02: (08 *points*)

$$v = 0,6.c \quad \Rightarrow \quad \beta = 0,6 \quad \text{et} \quad \gamma = 1,25$$

1. Durée du trajet pour un observateur terrestre.

$$L = v.\Delta t \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\Delta t = L/v}$$

2. Distance Terre-Lune pour un passager de la fusée.

$$l_{\text{impropre}} = l_{\text{propre}}/\gamma \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{l_{\text{impropre}} = L/\gamma}$$

Durée du voyage pour un passager de la fusée. La terre et la lune se déplacent avec une vitesse v en sens inverse par rapport à la fusée.

$$l_{\text{impropre}} = v.\Delta t' \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\Delta t' = L/\gamma v = \Delta t/\gamma}$$

3. Evénement : E_1 « émission du signal par la fusée »

$$E_1 = \begin{pmatrix} ct_1 \\ x_1 = L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_1 = \begin{pmatrix} ct'_1 \\ x'_1 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

En utilisant la transformation de Lorentz-Poincaré

$$\begin{cases} ct_1 = \gamma(ct'_1 + \beta.0) \\ L/2 = \gamma(\beta.ct'_1 + 0) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad ct'_1 = \frac{L}{2\gamma\beta} \quad \text{et} \quad ct_1 = \frac{L}{2\beta}$$

Donc

$$\boxed{E_1 = \begin{pmatrix} ct_1 = L/2\beta \\ x_1 = L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_1 = \begin{pmatrix} ct'_1 = L/2\gamma\beta \\ x'_1 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

Evénement : E_2 « réception du signal sur Terre »
Le temps mis par le rayon lumineux pour parcourir la distance $L/2$ à la vitesse c est $\Delta t_{\text{lum}} = L/2c$.

$$t_2 = t_1 + \Delta t_{\text{lum}} \qquad \Rightarrow \qquad ct_2 = ct_1 + \frac{L}{2} = \left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\frac{L}{2}$$

D'où

$$E_2 = \begin{pmatrix} ct_2 = (1+\beta)\,L/2\beta \\ x_2 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_2 = \begin{pmatrix} ct'_2 \\ x'_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

En utilisant la transformation de Lorentz-Poincaré

$$\begin{cases} ct'_2 = \gamma\big((1+\beta)\,L/2\beta - \beta.0\big) \\ x'_2 = \gamma(-\beta.(1+\beta)\,L/2\beta + 0) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad ct'_2 = \gamma\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\frac{L}{2} \quad \text{et} \quad x'_2 = -\gamma(1+\beta)\frac{L}{2}$$

Donc

$$\boxed{E_2 = \begin{pmatrix} ct_2 = (1+\beta)\,L/2\beta \\ x_2 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_2 = \begin{pmatrix} ct'_2 = \gamma(1+\beta)\,L/2\beta \\ x'_2 = -\gamma(1+\beta)\,L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

4. Quand la terre reçoit le signal, la distance Terre-fusée mesurée dans le référentiel de la fusée est

$$\Delta x' = |x'_2| = \gamma(1+\beta)\,L/2$$

Cette longueur est une longueur propre. D'où la distance Terre-fusée mesurée dans le référentiel de la Terre est

$$\boxed{\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma} = (1+\beta)\,L/2 = 0,8\,L}$$

5. Carré de l'intervalle espace-temps entre le deux événements.

$$s_{12}^2 = (ct_2 - ct_1)^2 - (x_2 - x_1)^2$$

En remplaçant

$$\boxed{s_{12}^2 = \left((1+\beta)\frac{L}{2\beta} - \frac{L}{2\beta}\right)^2 - \left(0 - \frac{L}{2}\right)^2 = 0}$$

L'intervalle est du genre lumière (ce qui était prévisible puisque les deux événements concernent le départ et l'arrivée d'un signal lumineux).

6. Effet Doppler-Fizeau longitudinal.

$$\boxed{f_{\text{réc}} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f_{\text{ém}}}$$

Comme la fusée s'éloigne de la Terre alors on prend $\beta = +0{,}6$.

7. Applications numériques : On donne $L = 384000\ km$ et $f_{\text{ém}} = 4 \times 10^{14}\ Hz$.

$$\boxed{\Delta t = 2{,}133\ secondes} \quad ; \quad \boxed{l_{\text{impropre}} = 307200\ km} \quad ; \quad \boxed{\Delta t' = 1{,}707\ secondes}$$

$$\boxed{E_1 = \begin{pmatrix} ct_1 = 320000\ km \\ x_1 = 192000\ km \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_1 = \begin{pmatrix} ct_1' = 256000\ km \\ x_1' = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

$$\boxed{E_2 = \begin{pmatrix} ct_2 = 512000\ km \\ x_2 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad ; \quad E_2 = \begin{pmatrix} ct_2' = 640000\ km \\ x_2' = -384000\ km \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}}$$

$$\boxed{\Delta x = 0{,}8\, L = 307200\ km}$$

$$\boxed{f_{\text{réc}} = 0{,}5.\, f_{\text{ém}} = 2 \times 10^{14}\ Hz}$$

FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : RELATIVITÉ RESTREINTE.

Matricule :	Nom : Doe	Prénom : John	Groupe :

Questions de cours : (07 points)

Encercler la (les) lettre(s) correspondant à la bonne réponse :

1. Un avion volant avec une vitesse horizontale constante par rapport à la surface de la terre lâche une bombe sans vitesse initiale (par rapport à l'avion). Dans le cas où les frottements avec l'air sont négligeables :
   a. La trajectoire de la bombe dans le référentiel lié au sol est un arc de parabole.
   b. La trajectoire de la bombe dans le référentiel lié à l'avion est un arc de parabole.
   c. La bombe touche le sol en un point se trouvant derrière l'avion.
   d. La bombe touche le sol en un point se trouvant sous l'avion.

2. Etant donné un observateur A lié au référentiel du Soleil et un observateur B lié au référentiel terrestre. L'accélération de Coriolis :
   a. Apparait pour tous les corps en mouvements par rapport au référentiel du soleil.
   b. Apparait pour tous les corps en mouvements par rapport au référentiel de la terre.
   c. Elle est perpendiculaire à la direction de déplacement d'un corps.
   d. Elle est parallèle à la direction de déplacement d'un corps.

3. Parmi les grandeurs suivantes, Quelles sont les grandeurs invariantes par la transformation de Galilée pour tous les référentiels galiléens ?
   a. Le champ électrique crée par une distribution de charge.
   b. Le champ magnétique crée par une distribution de courants.
   c. La force électromagnétique (force de Lorentz).
   d. La densité volumique de courants.

4. Si deux événements sont simultanés, alors :
   a. L'intervalle entre les deux événements est du genre temps.
   b. L'intervalle entre les deux événements est du genre espace.
   c. Un des événements est la cause de l'autre.

5. Un homme passe devant moi en courant court avec une très grande vitesse. Je remarque alors :
   a. Qu'il est plus grand (plus haut) comparé à sa taille quand il est à l'arrêt.
   b. Qu'il est plus petit (moins haut) comparé à sa taille quand il est à l'arrêt.
   c. Qu'il est plus gros comparé à sa taille quand il est à l'arrêt.
   d. Qu'il est plus mince comparé à sa taille quand il est à l'arrêt.

6. La durée de vie des particules radioactives en mouvement à grande vitesses :
   a. Est plus longue que leur durée de vie quand ils sont à l'arrêt.
   b. Est plus courte que leur durée de vie quand ils sont à l'arrêt.
   c. Est égale à leur durée de vie quand ils sont à l'arrêt.

7. Expliquer, en citant deux exemples, le principe d'équivalence dans la relativité restreinte.

« Toutes les lois de la physique s'énoncent de la même manière quel que soit le référentiel galiléen »
Ex : Lois de la dynamique, équations de l'électromagnétisme, vitesse de la lumière dans le vide.