FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

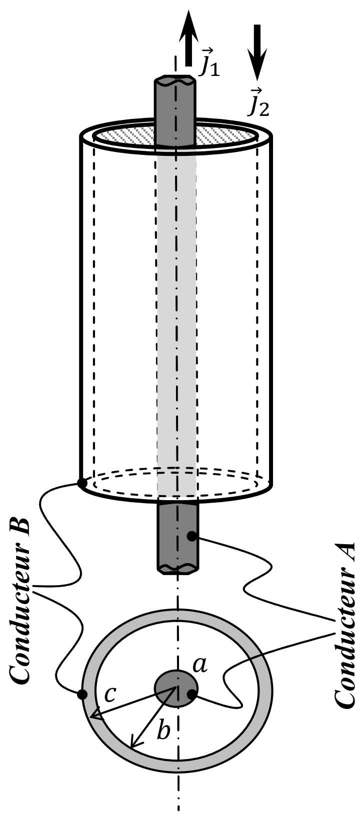
MODULE : PHYSIQUE VI – ÉLECTROMAGNETISME.
DURÉE : 01 Heure 30 Minutes.

QUESTIONS DE COURS : (10 *points*)

1. Rappeler l'expression du théorème d'Ampère sous sa forme intégrale et locale.
2. Rappeler la forme locale de l'équation de continuité. Quelle-est la grandeur conservée exprimée par cette équation ?
3. Montrer que le théorème d'Ampère n'est valable qu'en régime stationnaire.
4. Donner les relations du champ électrique et magnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ (dépendants du temps) avec les potentiels scalaire et vecteur $(V, \vec{A})$.
5. Montrer que si V et $\vec{A}$ réalisent les équations précédentes, et f une fonction scalaire quelconque alors V' et $\vec{A}'$ réalisent les mêmes équations, avec :
$$V' = V - \frac{\partial f}{\partial t} \qquad \text{et} \qquad \vec{A}' = \vec{A} + \overrightarrow{grad}(f)$$
6. Rappeler les conditions de jauge de Lorentz qui définissent les potentiels de façon unique.
7. Démontrer en utilisant les équations de Maxwell, les équations de Poisson dépendantes du temps.
8. En déduire les équations de propagation des potentiels en absence de charges et de courants.

EXERCICE 01 : (10 *points*)

Un câble coaxial est constitué par un conducteur cylindrique plein, de rayon a, entouré par un conducteur externe occupant le volume compris entre les cylindres de rayons $b = 2a$ et $c = 3a$; les trois cylindres sont coaxiaux. Un courant I circule dans le conducteur intérieur, et « revient » dans l'autre sens dans le conducteur extérieur (figure ci-contre).



1. En examinant la symétrie du problème, déterminer la direction du champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace.
2. En supposant que le courant soit uniformément réparti dans la section des conducteurs ($\vec{J}_1$ et $\vec{J}_2$ constants). Calculer, en utilisant le théorème d'Ampère, le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace (la distance par rapport à l'axe est notée ρ).

Considérons maintenant que la densité volumique de courant dans les deux conducteurs n'est pas uniforme mais obéit à loi
$$\vec{J}_1 = \frac{A_1}{\rho}\vec{e}_z \quad ; \quad \vec{J}_2 = \frac{A_2}{\rho}\vec{e}_z$$
Tel que ρ est la distance entre le point où nous mesurons la densité et l'axe des cylindres.

3. Calculer A_1 et A_2 dans le cas où un courant I circule dans le conducteur intérieur, et « revient » dans l'autre sens dans le conducteur extérieur.
4. Calculer, en utilisant le théorème d'Ampère, le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace (la distance par rapport à l'axe est notée ρ).

Remarque : Toutes les valeurs demandées doivent être calculées en fonction de μ_0, a, I et ρ.

EXERCICE 02: (10 *points*)

Une onde électromagnétique plane progressive et monochromatique se propage dans le vide dépourvus de charges et de courants. On donne l'expression du champ électrique associé à cette onde dans le système de coordonnées cartésiennes par :

$$\vec{E}_1 = E_0 . \cos(kx - \omega t) . \vec{e}_y$$

1. Cette onde est-elle longitudinale ou transversale ? justifier.
2. Donner l'expression du champ électrique en notation complexe $\underline{\vec{E}_1}$.
3. Calculer l'expression réelle $\vec{B}_1$ et complexe $\underline{\vec{B}_1}$ du champ magnétique associé à cette onde.

Cette onde *se réfléchit* normalement au point O $(x = 0)$ sur la surface d'un conducteur parfait.

4. En écrivant la continuité de la composante tangentielle du champ électrique au point O sous la forme $\vec{E}_1(x = 0) + \vec{E}_2(x = 0) = \vec{0}$. Trouver l'expression du champ électrique associé à l'onde réfléchie, en notation réelle $\vec{E}_2$ et complexe $\underline{\vec{E}_2}$.
5. Quelle est l'expression du champ magnétique associé à l'onde réfléchie, en notation réelle $\vec{B}_2$ et complexe $\underline{\vec{B}_2}$?
6. Déterminer le champ électrique et magnétique de l'onde *résultante* (en notation complexe $\left(\underline{\vec{E}}, \underline{\vec{B}}\right)$, puis en notation réelle $\left(\vec{E}, \vec{B}\right)$).
7. Quelle-est la nature de cette onde ?
8. Trouvez les abscisses x des plans nodaux et ventraux des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.
9. En déduire le déphasage entre $\vec{E}$ et $\vec{B}$.