

ÉPREUVE SEMESTRIELLE
PHYSIQUE VI : ÉLECTROMAGNETISME

QUESTIONS DE COUR : (07 points)

1. Rappeler les équations de MAXWELL dépendantes du temps.
2. Démontrer, à partir des équations précédentes, l'équation de conservation de charges.
3. Que deviennent ces équations, en absence de charges ($\rho = 0$) et de courants ($\vec{j} = \vec{0}$).
4. En déduire l'équation de propagation du champ électrique \vec{E} et du champ magnétique \vec{B} .
5. Donner les relations du champ électrique et magnétique (dépendants du temps) avec les potentiels scalaire V et vecteur \vec{A} .
6. Rappeler les conditions de jauge de LORENTZ.
7. Démontrer à partir des questions 5. et 6. Les équations de POISSON dépendantes du temps.
8. En déduire les équations de propagation des potentiels en absence de charges et de courants.
9. Donner la relation définissant la densité volumique d'énergie électromagnétique et la relation définissant le vecteur de POYNTING.

EXERCICE 02: (07 points)

Une onde électromagnétique plane, sinusoïdale de pulsation ω , se propage dans le vide. Le champ électrique \vec{E} de cette onde plane s'écrit au point $M(x, y, z)$ à l'instant t :

$$\vec{E} = E_0 \cdot \cos(k \cdot y + \omega t) \vec{e}_x + E_0 \cdot \cos(k \cdot y + \omega t + \pi/2) \vec{e}_z$$

Avec $\omega = 4\pi \cdot 10^8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

1. Donner le vecteur unitaire dans la direction de propagation de l'onde plane.
2. Calculer : la fréquence ν ; la longueur d'onde λ et le vecteur d'onde \vec{k} de cette onde.
3. Quel est l'état de polarisation de cette onde.
4. Ecrire le vecteur champ électrique en notation complexe $\vec{\mathcal{E}}$.
5. Trouver l'expression du vecteur champ magnétique \vec{B} et le champ magnétique complexe $\vec{\mathcal{B}}$ de cette onde.
6. Calculer le vecteur de POYNTING \vec{P} et la valeur moyenne de son module pour $E_0 = 15,5 \text{ V/m}$.
7. En déduire la puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ rayonnée par cette onde à travers un disque de rayon $R = 10 \text{ cm}$ normal à la direction de propagation.

EXERCICE 03: (06 points)

Capteur triangulaire d'ondes électromagnétiques planes.

Un cadre capteur de forme triangulaire rectangle (Figure 1.), de côtés a et b , est constitué de $N = 60$ spires conductrices, est placé dans le plan XOY à la distance $d = 100$ km d'une source S émettrice d'ondes électromagnétiques sinusoïdales de longueur d'onde $\lambda = 25$ m et de puissance moyenne $\mathcal{P} = 1000$ W.

Ce cadre est disposé normalement au champ magnétique \vec{B} de l'onde électromagnétique supposée plane (au voisinage du cadre) polarisée rectilignement, de champ électrique :

$$\vec{E} = E_0 \cdot \exp(-i\omega t) \vec{e}_y \text{ en } O(x = 0, y = 0).$$

1. Donner les expressions des champs électriques et magnétique en notation complexe, pour un point de coordonnée x .
2. Montrer que le flux magnétique $\Phi(t)$ qui traverse le cadre, en notation complexe, s'écrit sous la forme.

$$\Phi(t) = i \frac{N \cdot E_0 \cdot b}{\omega} e^{i\left(\frac{ka}{2} - \omega t\right)} \left\{ \cos\left(\frac{ka}{2}\right) - \left(i + \frac{2}{ka}\right) \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right\}$$

3. En déduire l'expression complexe de la force électromotrice (\mathcal{E}) qui apparaît dans le cadre.
4. Exprimez la valeur efficace \mathcal{E} de la force électromotrice qui apparaît aux bornes du cadre, en fonction de a , b , c , E_0 , N et ω .
5. Calculez l'amplitude E_0 du champ électrique en O , sachant que la puissance moyenne est égale à :

$$\mathcal{P} = \langle P \rangle \cdot 4\pi \cdot d^2$$

Tel que : $\langle P \rangle$ est la valeur moyenne du vecteur de POYNTING.

6. On donne $b = 0,75$ m ; calculez la f.é.m. efficace \mathcal{E} aux bornes du cadre dans le cas où $a = \lambda/4$.

