

FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE
ÉPREUVE SEMESTRIELLE

MODULE : PHYSIQUE VI – ÉLECTROMAGNETISME.

DURÉE : 01 Heure 30 Minutes.

EXERCICE 01 : (07 points)

Soit le système de la figure 1 (vue de coté et vue de dessus) représentant une couche cylindrique de rayon intérieur a , de rayon extérieur $b = 2a$ et de longueur considérée comme infinie. Cette couche cylindrique est chargée en volume avec une densité volumique :

$$\rho(r) = \frac{\sigma_0}{r}$$

Tel que r est la distance par rapport à l'axe des deux cylindres, et σ_0 est une constante.

1. En considérant la symétrie de la distribution de charges, trouver la direction du champ électrostatique en un point quelconque de l'espace.
2. Utiliser alors le théorème de GAUSS pour déterminer le vecteur champ électrostatique $\vec{E}(r)$ en tout point de l'espace.
3. Tracer l'allure de $E(r)$ en fonction de r .
4. Que peut-on dire, dans ce cas, sur la continuité du champ électrostatique ?

Remarque : Toutes les valeurs demandées doivent être calculées en fonction de ϵ_0, a, σ_0 et r .

EXERCICE 02 : (09 points)

Dans la figure 2, on fait tourner la distribution cylindrique précédente (de rayon intérieur a , de rayon extérieur $b = 2a$ et de longueur considérée comme infinie, ayant une densité volumique $\rho(r) = \sigma_0/r$) autour de son axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ($\dot{\varphi} = \omega = \text{constante}$).

1. Montrer que le mouvement de charge crée un courant de densité volumique

$$\vec{j} = \sigma_0 \cdot \omega \cdot \vec{e}_\varphi$$

Puis vérifier que cette distribution de courant est stationnaire.

2. Quels sont les plans de symétrie pour cette distribution de courants ?
3. Quelle est la direction du champ magnétostatique en un point quelconque de l'espace ?
4. En utilisant le théorème d'Ampère, trouver le vecteur champ magnétostatique $\vec{B}(r)$ en tout point de l'espace en fonction de r . (Le champ magnétique est considéré nul à l'infini $\vec{B}(r \rightarrow +\infty) = \vec{0}$).
5. Tracer l'allure de $B(r)$ en fonction de r .
6. Que peut-on dire, dans ce cas, sur la continuité du champ magnétostatique ?

Remarque : Toutes les valeurs demandées doivent être calculées en fonction de $\mu_0, a, \sigma_0, \omega$ et r .

On donne la divergence en coordonnées cylindriques (r, φ, z) :

$$\text{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{1}{r} A_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

On donne le déplacement élémentaire en coordonnées cylindriques (r, φ, z) :

$$d\vec{r} = dr \cdot \vec{e}_r + r \cdot d\varphi \cdot \vec{e}_\varphi + dz \cdot \vec{e}_z$$

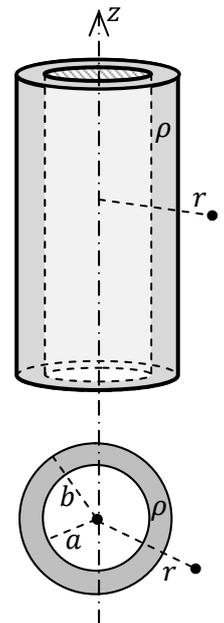


Figure 1.

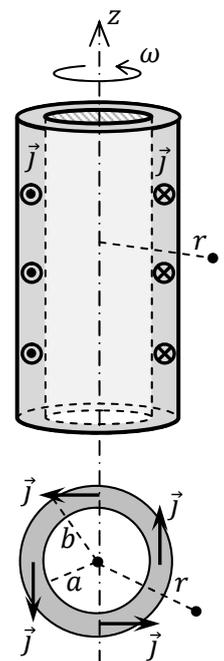


Figure 2.

QUESTIONS DE COURS : (04 points)

1. Rappeler les relations donnant la circulation et le flux du champ électrostatique, puis donner les formes locales qui leurs correspondent.
2. Rappeler les relations donnant la circulation et le flux du champ magnétostatique, puis donner les formes locales qui leurs correspondent.
3. Rappeler la forme locale de l'équation de continuité. Quelle est la grandeur conservée exprimée par cette équation ?
4. Montrer que le théorème d'Ampère n'est valable qu'en régime stationnaire.