

# DETERMINATION DE LA CONSTANTE DE RYDBERG

## But :

A' partir des mesures des longueurs d'onde des raies de la série de Balmer du spectre de l'hydrogène, on estimera la valeur de la constante de Rydberg.

## Matériel :

Un spectromètre à réseau.

Une lampe à décharge à hydrogène (ou à vapeur d'eau H<sub>2</sub>O).

En cas de besoin : Une lampe spectrale (de Hg ou Cd ..) pour l'étalonnage du spectromètre.

Un condenseur, des loupes, une lentille de projection, un écran translucide.

## I. INTRODUCTION : spectres optiques atomiques,

Au moment où naît la théorie des quanta (fin XIXe siècle), l'émission de lumière par les atomes reste incomprise. Dans les années 1860, des progrès importants sont réalisés par G. Kirchhoff et R. Bunsen, professeurs de physique et de chimie respectivement à l'université d'Heidelberg, qui découvrent les spectres optiques atomiques, en introduisant des sels dans la flamme d'un bruleur. Le spectre émis n'avait rien de continu mais présentait des raies très fines correspondant à des longueurs d'onde bien définies. Ils montrèrent donc que les raies apparaissant dans un spectre sont dues à la présence d'un élément déterminé dans la source.

Le spectre est donc la signature de l'élément chimique, avec des applications importantes dans l'étude de la physique atomique. De plus l'intérêt de disposer d'un rayonnement composé de quelques fréquences connues avec précision à de nombreuses applications en métrologie...

Lors d'une analyse spectrale, deux types de spectres peuvent être observés : un spectre continu et un spectre de raies (spectre discret). Nous savons que le spectre du rayonnement thermique émis par le corps noir (soleil ; filament incandescent...) est composée de toutes les longueurs d'onde (toutes les couleurs), produisant ainsi un spectre continu.

En analysant la lumière émise par un gaz excité, un liquide vaporisé ou un solide, on ne peut distinguer que quelques raies colorées auxquelles correspondent des longueurs d'onde discrètes que l'on peut mesurer à l'aide d'un spectromètre adéquat. Chaque substance possède un ensemble de raies de longueurs d'onde bien déterminé.

## II. Principe théorique : Spectre d'énergie de l'atome d'hydrogène

L'atome d'hydrogène, composé d'un électron et d'un proton, est l'atome le plus simple que l'on puisse concevoir. Ce qui rend possible sa description analytique exacte, en particulier son spectre d'énergie, qui est donné par :

$$E_n = - \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{n^2 h^2}, \quad \text{avec } n \in \mathbb{N}^* \dots \dots \dots (1)$$

Où  $h$  est la constante de Planck,  $C$  est la vitesse de la lumière dans le vide.

L'atome de l'hydrogène, d'abord excité puis se désexcite graduellement de niveau en niveau énergétique plus bas, en émettant des photons, de certaines longueurs d'onde bien définies, caractéristiques de la source, ce qui permet d'observer l'ensemble des transitions atomiques, dans la mesure où elles sont permises, c-à-d celles qui obéissent aux règles de sélection :

$$\begin{cases} \Delta S = 0 \\ \Delta L = 0, \pm 1 \quad (\Delta L = \pm 1 \text{ pour un atome à 1électron}) \\ \Delta J = 0, \pm 1 \text{ sauf } J = 0 \rightarrow J = 0 \end{cases}$$

Le spectre de raies d'émissions de l'hydrogène correspond aux transitions entre les niveaux  $E_n$ . Les longueurs d'onde dans le vide  $\lambda_{nm}$  correspondant à ces transitions sont données par la formule de Rydberg [1] (2) :

$$\begin{aligned} \Delta E_{m \rightarrow n} = E_m - E_n = h \nu_{n,m} &= \frac{h C}{\lambda_{n,m}}, \quad \text{Avec } m > n \text{ et } E_m > E_n \\ &= \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \\ &= h C R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \end{aligned}$$

En termes spectraux  $T_n$  et  $T_m$ , tels que :  $T_n = \frac{R_H}{n^2}$ , et  $T_m = \frac{R_H}{m^2}$

$$\Delta E_{n \rightarrow m} = h C (T_n - T_m)$$

Le nombre d'onde est donc :  $\frac{1}{\lambda_{n,m}} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \dots \dots \dots (2)$

$R_H$  est la constante de Rydberg de l'hydrogène défini dans l'approximation d'un noyau de masse infinie par :

$$R_H = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{C h^3}$$

En tenant compte de l'entraînement du noyau (le mouvement du noyau autour du centre de gravité du système noyau-électron), ceci porte la correction suivante :

$$R_H = \frac{1}{h c} \cdot \frac{1}{2} \frac{m_e M_P}{m_e + M_P} \alpha^2 c^2 \approx 1,09678 \cdot 10^{-3} m^{-1} \dots \dots (3)$$

Où  $m_e$  est la masse de l'électron, et  $M_P$  est celle du proton. La constante de la structure fine  $\alpha$  est définie par :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar c} \approx 7,297 352 \cdot 10^{-3}$$

Où  $e$  est la charge élémentaire, et  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide. La constante de Rydberg de l'hydrogène est directement reliée à son énergie d'ionisation ( $h c R_H$ ).

Spectre théorique de l'hydrogène :

Les raies de ce spectre sont traditionnellement regroupées en séries, qui correspondent à une même valeur de  $n$ , c'est-à-dire qui proviennent de la désexcitation vers un même niveau  $E_n$ . Les cinq premières séries sont indiquées dans le diagramme suivant :

---

[1] : Les raies atomiques prévues par la formule de Rydberg sont infiniment fines. En pratique, les raies atomiques ont une certaine largeur spectrale, qui provient de plusieurs sources d'élargissement (élargissement naturel ; élargissement Doppler ; collisionnel ; par l'appareil de mesure...).

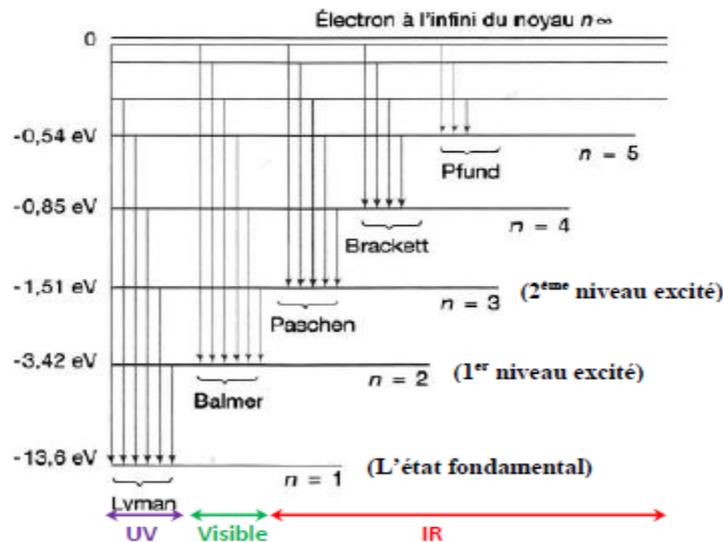


Figure 1- Les raies les plus intenses des différentes séries du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

Dans le visible (de 400 nm à 800 nm), seuls les quatre premières raies de la série de Balmer sont visibles, celle qui vont de  $m=3$  (raie  $H_\alpha$ ) à  $m=6$  (raie  $H_\delta$ ). Ce sont les quatre raies qui font l'objet de notre étude expérimentale. On les a tracées dans leurs couleurs visibles dans la figure 4.

### III. Principe pratique :

#### A. Lampe spectrale

Les lampes spectrales sont constituées d'une ampoule renfermant une vapeur atomique. Les propriétés de la lumière émise dépendent essentiellement de l'élément chimique concerné, on le précise dans le nom de la lampe : on parle ainsi de lampe à vapeur d'hydrogène, de mercure ou de sodium...

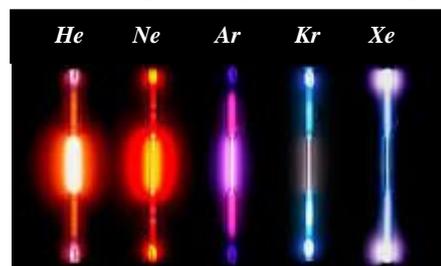


Figure 2- lumière émise de quelques lampes à décharges

Une excitation électrique à haute tension appliquée entre les électrodes modifie l'état de cette vapeur, dont les atomes s'agitent fortement. Excités lors de très nombreuses collisions, les atomes de la vapeur atteignent temporairement des niveaux d'énergie plus élevés que ceux de l'état fondamentale. Lorsqu'ils se désexcitent, c'est-à-d lorsqu'ils retournent à un état d'énergie plus faible, les atomes émettent des grains de lumière, appelés photons.

Le principe de conservation de l'énergie impose que l'énergie d'un photon émis ne puisse prendre qu'une valeur égale à la différence de deux niveaux d'énergie de l'atome :...

Le spectre d'une lampe à vapeur atomique, observé grâce à un spectromètre (fonctionnant avec un prisme, ou un réseau...) présente donc des raies fines et isolées les unes des autres, on parle de spectre discret, ou spectre de raies. Le caractère discret du spectre est la conséquence de la quantification de l'énergie des atomes.

En fait, les décharges électriques dans un gaz de  $H_2$  émettent simultanément des raies atomiques et des raies moléculaires mais, dans des conditions expérimentaux bien définies, le spectre moléculaire est virtuellement absent et de nombreux raies de la série de Balmer apparaissent clairement.

## B. Spectromètre : Décomposition spectrale

Le principe de fonctionnement d'un spectroscope est simple :

On place le tube à décharge de l'hydrogène (ou autre) devant un goniomètre muni sur son plateau d'un réseau de diffraction, en transmission contenant  $n$  traits par mm. La lumière à analyser entre par une fente d'entrée, qui sert de source, qui est d'abord collimatée, puis ce faisceau est réfracté par un réseau plan en transmission, qui a pour effet de séparer spatialement les longueurs d'onde, on reçoit donc le spectre focalisé sur le plan de l'oculaire.

La position de chaque raie spectrale est repérer par la lecture sur le vernier angulaire du goniomètre. <sup>[ii]</sup>

On rappelle l'équation fondamentale du réseau de diffraction en transmission :

$$\sin(\theta_i) - \sin(\theta_k) = n k \lambda, k \in \mathbb{Z} \dots\dots\dots (4), \text{ tels que :}$$

$\theta_i$  : est l'angle d'incidence de la lumière, du tube à décharge.

$\theta_k$  : est l'angle de réfraction à l'ordre  $k$ , de la lumière de longueur d' onde  $\lambda$ .

$n$  : Le nombre de traits par millimètre du réseau, caractéristique du réseau.

$k$  : l'ordre de la raie diffractée, un entier positif ou négatif.

$\lambda$  : la longueur d'onde réfractée.

Pour faciliter la tâche, on place le réseau perpendiculairement à la direction d'incidence la lumière sortante de l'ampoule, l'incidence sur le réseau est donc presque normale, c'est pourquoi au lieu de mesurer un angle de diffraction d'ordre  $k$ , d'une longueur d'onde donnée, on mesure le double de cet angle, tel qu'il est indiqué dans le schéma ci-dessous, et pour minimiser les erreurs de mesures aussi.

L'équation du réseau est alors simplifiée, dans ce cas :

$$a \sin(\theta_k) = k \lambda \dots\dots\dots (5)$$

Notons que  $a$  est la période du réseau, c'est la distance qui sépare deux traits consécutifs.

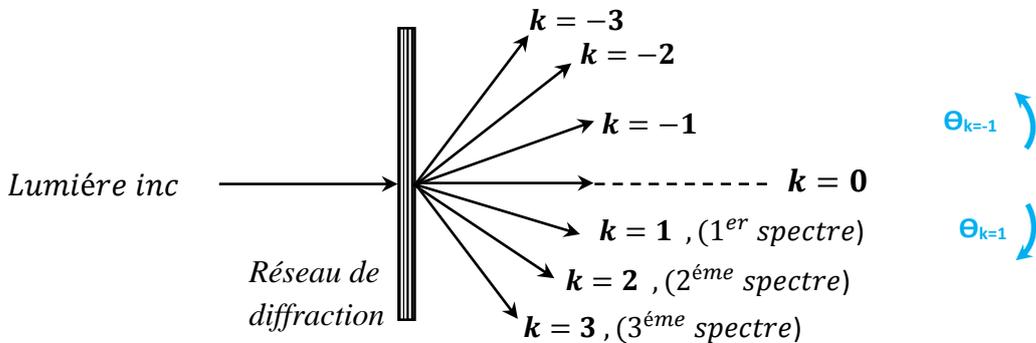


Figure 3- Dispersion par un réseau en transmission

## C. Calibration

Lors d'une mesure déduite de l'expérience, l'une des premières étapes fondamentales consiste à s'assurer de la maîtrise des outils de la mesure. Dans l'expérience proposée l'une des premières incertitudes concerne le nombre de traits du réseau. Il est donc nécessaire de calibrer la mesure.

Pour calibrer un spectromètre, il faut disposer d'une (ou de plusieurs) lampe spectrale émettant des raies de longueurs d'onde connues dans tout le domaine d'utilisation du spectromètre, qui sert à un ensemble de raies de référence, une lampe au mercure-cadium par exemple pour ce TP.

Il s'agit de repérer sur le spectromètre les positions des raies des longueurs d'onde de référence.

Le but de cette partie introductive est d'estimer la valeur du nombre de traits que comporte le réseau du spectromètre utilisé  $n$ , moyennée sur plusieurs raies et que doit accompagner une barre d'erreur tenant compte des incertitudes dans la détermination des angles.

[ii] : Vous êtes déjà familiarisé avec le fonctionnement d'un spectromètre à réseau, en optique des L2. Réviser la théorie du réseau, et la section du réglage du goniomètre du TP (la qualité de dispersion du réseau, et du prisme).

## D. Travail à faire :

### 1. CALIBRATION DU RESEAU : Mesures du pas du réseau, a :

On éclaire le spectromètre avec une lampe spectrale à vapeur de mercure (Hg) dont les raies observables sont indiquées dans le tableau ci-dessous. Il est envisageable que vous ne voyez pas toutes ces raies, vous devez donc prendre des précautions quant aux mesures.

Les mesures des longueurs d'onde du spectre de Hg sont données à **0,5 nm** près.

1. Etablir de l'éq.(5) l'expression de l'incertitude sur la mesure de la calibration :  $\Delta a$  en fonction des grandeurs utilisées.

$$\frac{\Delta a}{a} = \dots\dots\dots (6)$$

2. a. Mesurer les positions angulaires des raies du spectre de référence de la lampe à mercure Hg.

Affiner les mesures, en tenant compte des divisions du degré.  $\{1^\circ (\text{degré}) = 60'(\text{minutes})$   
 $\{1'(\text{minute}) = 60''(\text{secondes})$

b. Estimer les incertitudes sur les mesures des angles,  $\Delta\theta$  et leurs origines.

$\lambda$ (Raie) nm	L'ordre k	$k = \pm 1$ (1 <sup>er</sup> spectre)	$k = \pm 2$	$k = \pm 3$	
Jaune $\lambda_1 = 579,07$	$\theta_k$				$\{ a =$ $\Delta a =$
	a				
Jaune $\lambda_2 = 576,96$	$\theta_k$				$\{ a =$ $\Delta a =$
	a				
Vert $\lambda_3 = 546,07$	$\theta_k$				$\{ a =$ $\Delta a =$
	a				
Bleu violet $\lambda_4 = 435,83$	$\theta_k$				$\{ a =$ $\Delta a =$
	a				
Violet $\lambda_5 = 404,66$	$\theta_k$				$\{ a =$ $\Delta a =$
	a				
Proche U.V $\lambda_6 = 365,02$	$\theta_k$				$\{ a =$ $\Delta a =$
	a				

Tableau 1- Calibration du spectromètre

3. Remplir le tableau ci-dessus, en utilisant les formules (5) et (6).

<p><b>Résultat de la calibration :</b> <math>a = (a_{moy} \pm \Delta a_{moy})(\text{unité})</math>  <math>\Rightarrow a = ( \quad \pm \quad ) ( \quad )</math></p>
--

## 2. DECOMPOSITION SPECTRALE DE LA LAMPE A H<sub>2</sub> :

### Expérience

La lumière émise par l'ampoule à décharge à vapeur d'hydrogène, est décomposée à l'aide d'un réseau de diffraction, en transmission, on reçoit le spectre émis par l'oculaire d'un goniomètre.

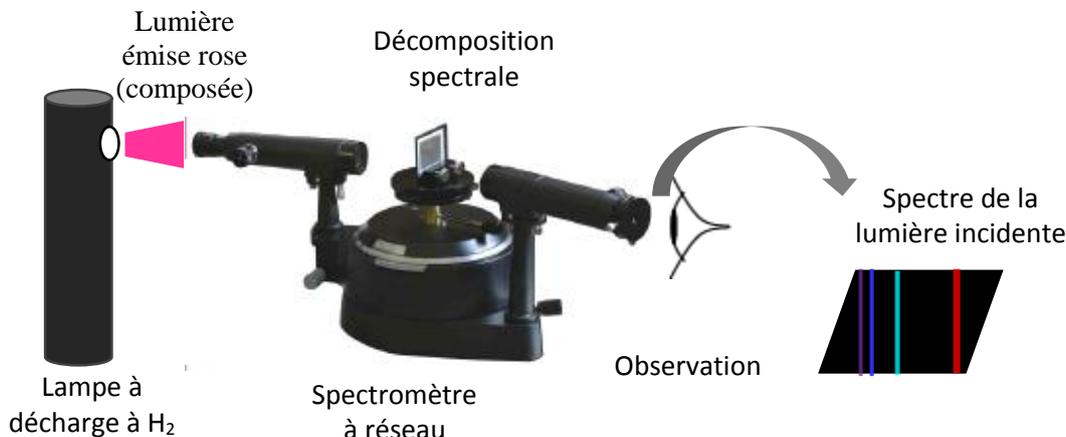


Figure 4- schéma de l'expérience

On observe des raies de l'atome d'hydrogène, celles situées dans le domaine visible.

La lumière émise est de couleur rose, ce rayonnement résulte de la combinaison de quatre raies visibles :

- Une raie rouge appelée la raie  $H_{\alpha}$  .
- Une raie cyan appelée la raie  $H_{\beta}$  .
- Une raie bleue appelée la raie  $H_{\gamma}$  .
- Une raie violette appelée la raie  $H_{\delta}$  .

Correspondantes aux transitions (émissions) des niveaux  $m=3$ ,  $m=4$ ,  $m=5$ ,  $m=6$  respectivement vers le même niveau  $n=2$ .

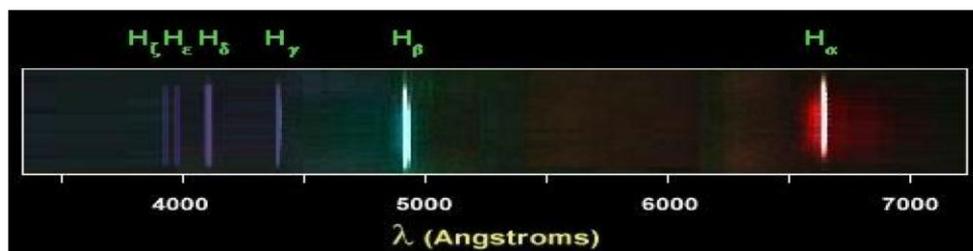


Figure 5- Raies de l'hydrogène autour du domaine visible.

Dans le proche ultraviolet, les raies se resserrent et semblent tendre vers une limite au-delà de laquelle commence le spectre continu. Elles sont observées par impression sur une plaque photographique.

## Mesures des longueurs d'ondes de la série de Balmer pour l'hydrogène

1. Déduire de l'éq. (6) l'expression de l'incertitude sur la mesure de la longueur d'onde :  $\Delta\lambda$  en fonction des grandeurs utilisées.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dots\dots\dots (7)$$

2. Mesurer les positions  $\theta_k$  des quatre raies de l'hydrogène, pour 3 ordres au minimum.  
On note  $\theta_k$  les positions angulaires des maxima d'intensité des raies diffractées par le réseau.

3. Déduire les longueurs d'onde correspondantes aux quatre raies de l'hydrogène, dans le visible.  
Utiliser l'éq. (5), et le résultat du calibrage du réseau,  $a$  et  $\Delta a$ .

Raie	L'ordre k				
	$k = \pm 1$ (1 <sup>er</sup> spectre)	$k = \pm 2$	$k = \pm 3$		
$\theta_k$ (rouge)				$\lambda(H_\alpha)_{moy} =$	$\Delta\lambda(H_\alpha) =$
$\lambda(H_\alpha)$					
$\theta_k$ (cyan)				$\lambda(H_\beta)_{moy} =$	$\Delta\lambda(H_\beta) =$
$\lambda(H_\beta)$					
$\theta_k$ (bleu)				$\lambda(H_\gamma)_{moy} =$	$\Delta\lambda(H_\gamma) =$
$\lambda(H_\gamma)$					
$\theta_k$ (violet)				$\lambda(H_\delta)_{moy} =$	$\Delta\lambda(H_\delta) =$
$\lambda(H_\delta)$					

Tableau 2- Mesure des longueurs d'onde visible du spectre de  $H_2$

*Si l'obscurité au laboratoire n'est pas bien assurée, vous pourriez n'apercevoir que les raies d'ordre 1, et même ne pas voir la raie  $H_\delta$ . Notez celles que vous apercevez et essayez de trouver les autres lorsque la lumière est éteinte, et toute éclairage du laboratoire est éliminé.*

*Vous devriez donc apercevoir sans difficulté la raie  $H_\delta$  d'ordre 1 (elle est visible en même temps que la raie  $H_\gamma$ , mais beaucoup moins brillante).*

### 3. RESULTATS ET EVALUATION DE LA CONSTANTE DE RYDBERG :

Recopier vos résultats dans ce tableau.

Raie	$\lambda_{\text{exp}} = (\lambda_{\text{moy}} \pm \Delta\lambda)_{(nm)}$	$\lambda_{th}^{Vide}$ (nm)	$\lambda_{th}^{air}$ (nm)	Série de Balmer transition $m \rightarrow n$		couleur
				m	n	
$H_\alpha$	$\pm$	656,47	656,28	3	2	Rouge
$H_\beta$	$\pm$	486,27	486,13	4		Cyan
$H_\gamma$	$\pm$	434,17	434,05	5		Bleu
$H_\delta$	$\pm$	410,29	410,17	6		violet

Tableau 3- Résultats de l'expérience, et valeurs théoriques (dans le vide) et tabulées dans l'air des longueurs d'onde des quatre premières raies de la série de Balmer. [iii]

On a la loi empirique de Balmer-Rydberg des  $\lambda$  émises par l'atome d'H :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad , \text{ Avec } m = 3, 4, 5, \dots \infty \quad \dots\dots(8)$$

$R_H$  : la constante de Rydberg

- Tracer la fonction :  $\frac{1}{\lambda} = fct \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right)$ , et déduire à partir du calcul de la pente la valeur de  $R_H$ .
- Donner l'expression de l'incertitude sur  $R_H$ , à partir de l'éq. (8).

$$\frac{\Delta R_H}{R_H} = \dots\dots\dots$$

- Ecrivez votre résultat de mesure sous la forme :  $R_H^{exp} = (R_{H_{moy}} \pm \Delta R_H) ( )$

$$R_H^{exp} = ( \quad \pm \quad ) ( )$$

*Si les mesures des longueurs d'onde sont extrêmement décalées, et les points ne sont pas vraiment alignés, vous devez repérer les incertitudes sur chaque point expérimental, pour tracer les deux droites de la plus grande, et de la plus petite pente. Ceci vous permettra de déduire du graphe la valeur de incertitude sur la constante de Rydberg.*

- Calculer la valeur théorique de la constante de Rydberg est :  $R_H^{th} = \dots\dots\dots$   
Commentez vos résultats et les erreurs de mesure commise sur  $R_H$ .

- Les longueurs d'onde dans le vide  $\lambda^{Vide}$  et dans l'air  $\lambda^{air}$  sont liées par la relation :  
.....  
Discuter le décalage des longueurs d'ondes dans le vide et dans l'air. (tableau 3)

- Lorsque  $m$  devient très grand, les longueurs d'onde de la série de Balmer (et les autres) approchent une longueur d'onde minimale ou limite. Quelle est la longueur d'onde limite pour la série de Balmer ?

- Pourquoi la lumière émise par la lampe à vapeur d'hydrogène est rose ?

[iii] : Les valeurs sont issues du J.E. Sanonetti, W.C Martin et S.L. Young. "Handbook of basic atomic spectroscopic data".  
URL : <http://physics.nist.gov/Handbook>.

**Indication** : Réviser les cours de phys. Atomique des L3, et de l'optique physique des L2 .