جامعة زيان عاشور- الجلفة
كلـــــية العلـــوم الدقيقة والإعلام الالي

قسم: الفيزياء
ليسانس (السداسي الخامس) : فيزياء المواد – فيزياء أساسية

مدة الامتحان: ساعة
2021/03/09

امتحان الفيزياء الإحصائية

السؤال الأول:

نقوم بقياس طول قامة 2600 شخص، توزيع القامات يخضع للقانون الطبيعي (loi normale) بقيمة متوسطة تساوي 168 cm وانحراف (écart-type) 5,6 cm

1. ما عدد الأشخاص الذين يقل طولهم عن 155 cm
2. ما عدد الأشخاص الذين يتراوح طولهم بين 155 cm و 175 cm
3. ما هو المجال المتمركز حول القيمة المتوسطة للقامات والذي يحتوي % 60 من عدد الأشخاص المدروسين.

السؤال الثاني:

نعتبر هدفا مكونا من أربعة دوائر متمركزة ذات أنصاف أقطار R، 2R، 3R و 4R . نقوم برمي سهام على هذا الهدف ونفترض جميع نقاط الاصطدام متساوية الاحتمال. نعرف أربعة مناطق مختلفة، المنطقة 1: $0 \leq r \leq R$ المنطقة 2: $R \leq r \leq 2R$ المنطقة 3: $2R \leq r \leq 3R$ المنطقة 4: $3R \leq r \leq 4R$.

- أوجد الاحتمال P_i لوقوع السهم في المنطقة i.
- أوجد أنتروبي النظام.

السؤال الثالث:

كثافة الاحتمال لماكسويل الخاصة بمركبة الدفع تعطى بـالعبارة التالية:

$$w_{p_i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0 KT}} e^{-p_i^2/2m_0 KT} \quad ; \quad i = x \ , \ y \ \ ou \ \ z$$

أوجد كثافة الاحتمال لماكسويل لكي تمتلك جزيئة الغاز كمية حركة ما $\vec{p}$.

تصحيح الامتحان

- عدد الأشخاص الذين يقل طولهم عن 155 cm:

$$N_{<155\ cm} = ?$$

$$N_{<155\ cm} = 2600 \cdot P(T < \ 155\ cm) \qquad\qquad (1)$$

حيث $P(T < \ 155\ cm)$ تمثل احتمال كون طول الشخص أقل من 155 cm

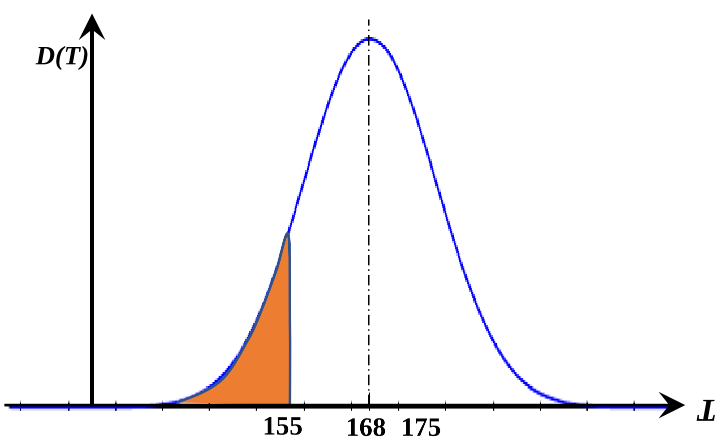
من أجل حساب $P(T < \ 155\ cm)$ نتحول الى القانون الطبيعي المختزل وذلك بإجراء تغيير المجهول

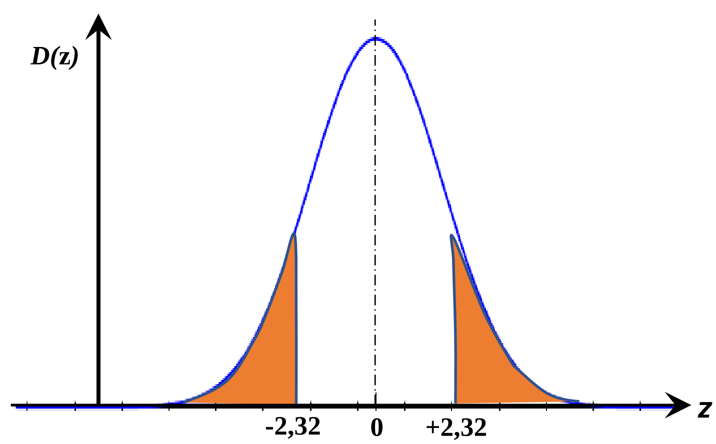
$$z = \frac{T - < T >}{\sqrt{D}}$$

$$< T > = 168 \text{ cm}, \qquad \sqrt{D} = \ 5{,}6 \text{ cm}$$

$$T < \ 155\ cm \quad \rightarrow \ z < \frac{155 - 168}{5{,}6} = -2{,}32$$

ومن المنحنين نستنتج :





$$P(T < \ 155\ ) = P(z < \ -2{,}32) = P(z > +\ 2{,}32) = 1 - \ P(z < +\ 2{,}32)$$

باستعمال الجدول نجد أن:

$$P(z < +\ 2{,}32) = 0{,}9898$$

و منه

$$P(T < 155) = 1 - 0{,}9898 = 0.0102$$

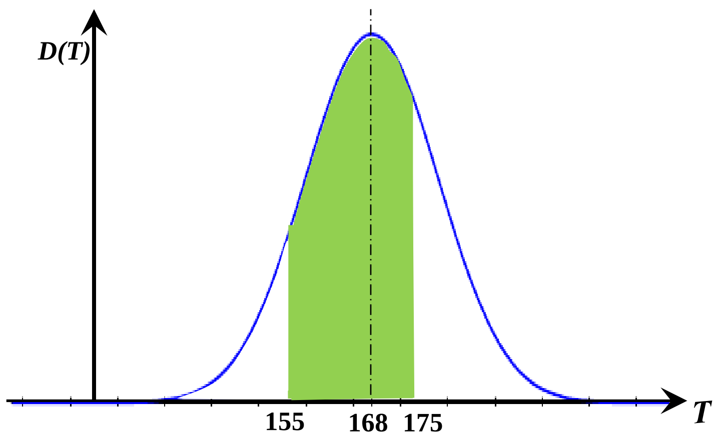
ومن العلاقة (1)

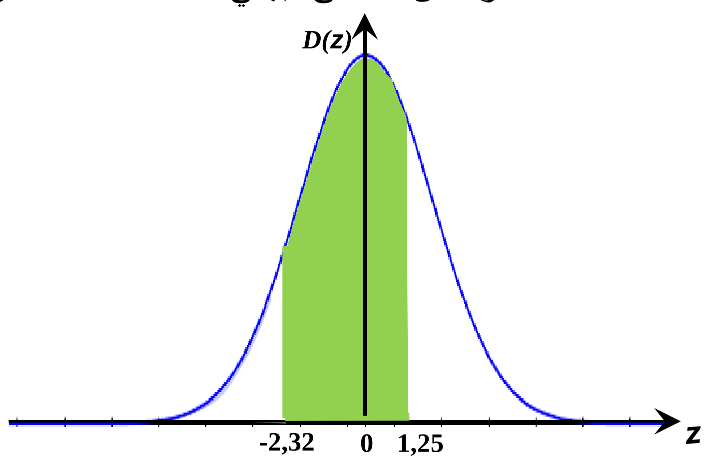
$$N_{T<155\,cm} = 2600 \cdot P(T < 155\,cm) = 2600 \cdot 0.0102 = 26{,}52$$

أي أن عدد الأشخاص الذين يقل طولهم عن 155 cm هو حوالي **26 شخص**.

- <u>عدد الأشخاص الذين يتراوح طولهم بين 155 cm و 175 cm: $N_{155<T<175}$</u>

المنطقة الخضراء من المنحنى البياني تمثل كثافة احتمال وجود شخص يتراوح طوله بين 155و175 cm





أذا عدد الأشخاص الذين يتراوح طولهم بين 155 cm و 175 cm:

$$N_{155<T<175} = 2600 \cdot P(155 < T < 175) \qquad (2)$$

من أجل حساب $P(155 < T < 175)$ نتحول الى القانون الطبيعي المختزل وذلك بإجراء تغيير المجهول

$$z_1 = \frac{T_1 - < T >}{\sqrt{D}} = \frac{155 - 168}{5{,}6} = -2{,}32$$

$$z_2 = \frac{T_2 - < T >}{\sqrt{D}} = \frac{175 - 168}{5{,}6} = 1{,}25$$

$$P(155 < T < 175) = P(-2{,}32 < z < 1{,}25) = P(z < 1{,}25) - P(z < -2{,}32)$$

باستعمال الجدول نجد أن:

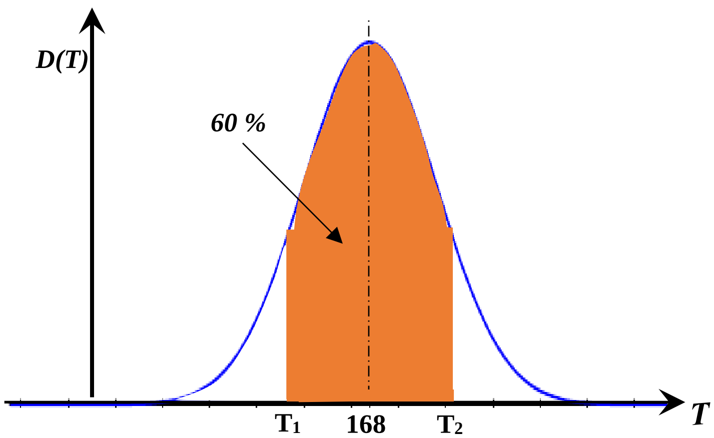
$$P(155 < T < 175) = 0{,}8944 - 0{,}0102 = 0{,}8842$$

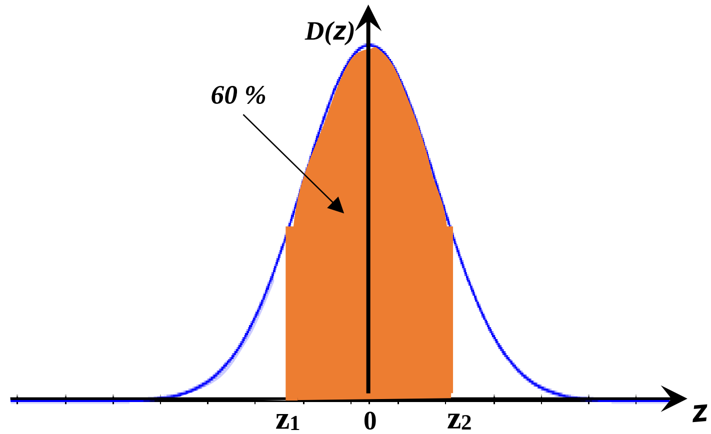
$$N_{155<T<175} = 2600 \cdot P(155 < T < 175) = 2600 \cdot 0{,}8842 = 2298{,}92$$

أي أن عدد الأشخاص الذين يتراوح طولهم بين 155 cm و 175 cm هو حوالي **2298 شخص**.

- <u>المجال المتمركز حول القيمة المتوسطة للقامات والذي يحتوي % 60 من عدد الأشخاص المدروسين.</u>

نفرض أن حدود المجال هي (T_1, T_2) ويوافقها (z_1, z_2) حيث $z_1 = -z_2$





$$P(T_1 < T < T_2) = P(z_1 < z < z_2) = 60\% = 0{,}6$$
$$P(z_1 < z < z_2) = 1 - P(z < z_1) - P(z > z_2)$$

من المنحنى نلاحظ أن

$$P(z < z_1) = P(z > z_2)$$
$$P(z_1 < z < z_2) = 1 - 2\,P(z > z_2) = 0{,}6$$

وحيث أن

$$P(z > z_2) = 1 - P(z < z_2)$$
$$P(z_1 < z < z_2) = 1 - 2\,[1 - P(z < z_2)] = 0{,}6$$

$$P(z < z_2) = 0{,}8$$

باستعمال الجدول نجد أن قيمة z_2 الموافقة لـ $P(z < z_2) = 0{,}8$ هي: $z_2 = 0{,}84$

وبالتالي $z_1 = -\,0{,}84$ ومن العلاقة

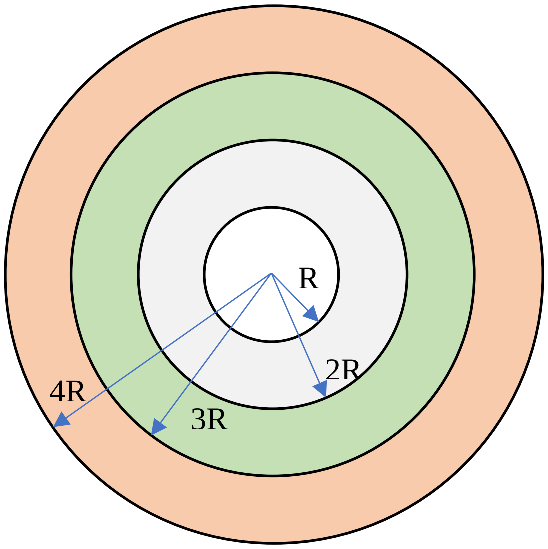
$$z_2 = \frac{T_2 - \langle T \rangle}{\sqrt{D}} = \frac{T_2 - 168}{5{,}6} = 0{,}84 \Rightarrow T_2 = 5{,}6 \cdot 0{,}84 + 168 = 172{,}7$$
$$z_1 = \frac{T_1 - 168}{5{,}6} = -0{,}84 \Rightarrow T_1 = 5{,}6 \cdot (-0{,}84) + 168 = 163{,}3$$

ومنه المجال المتمركز حول القيمة المتوسطة للقامات والذي يحتوي % 60 من عدد الأشخاص المدروسين هو :

$$[T_1\,, T_2] = [163.3\,, 172.7]$$

السؤال الثاني:

- احتمال P_i وقوع السهم في المنطقة i.



المنطقة 1: (البيضاء)
$$P_1 = \frac{\pi R^2}{\pi (4R)^2} = \frac{1}{16}$$

المنطقة 2: (الرمادية)
$$P_2 = \frac{\pi (2R)^2 - \pi R^2}{\pi (4R)^2} = \frac{3}{16}$$

المنطقة 3: (الخضراء)
$$P_3 = \frac{\pi (3R)^2 - \pi (2R)^2}{\pi (4R)^2} = \frac{5}{16}$$

المنطقة 4: (الخضراء)
$$P_4 = \frac{\pi (4R)^2 - \pi (3R)^2}{\pi (4R)^2} = \frac{7}{16}$$

- أنتروبي النظام

$$S = -\sum_i P_i ln\, P_i = -\{P_1 lnP_1 + P_2 lnP_2 + P_3 lnP_3 + P_4 lnP_4\}$$

$$S = -\left\{\frac{1}{16}\, ln\frac{1}{16} + \frac{3}{16} ln\frac{3}{16} + \frac{5}{16} ln\frac{5}{16} + \frac{7}{16} ln\frac{7}{16}\right\}$$

$$\boldsymbol{S = 1,205}$$

السؤال الثالث:

كثافة الاحتمال لماكسويل الخاصة بمركبة الدفع تعطى بـالعبارة التالية:

$$w_{p_i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0 KT}} e^{-p_i^2/2m_0KT} \quad ; \quad i = x\ ,\ y\ \ ou\ \ z$$

- كثافة الاحتمال لماكسويل لكي تمتلك جزيئة الغاز كمية حركة ما $\vec{p}$.

لكي تمتلك جزيئة الغاز كمية حركة ما $\vec{p}$ يجب أن تمتلك مركبات $(p_x,\ p_y,\ p_z)$، وهي مركبات مستقلة أي يجب أن تتحقق ثلاثة حوادث مستقلة في نفس الوقت وبالتالي.

$$P_{\vec{p}} = P_{p_x} dp_x \cdot P_{p_y} dp_y \cdot P_{p_z} dp_z$$

وحيث أن

$$P_{p_i} = w_{p_i}\, dp_i$$

فان

$$P_{\vec{p}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi m_0 KT}}\right)^3 e^{-p_x^2/2m_0KT} \cdot e^{-p_y^2/2m_0KT} \cdot e^{-p_z^2/2m_0KT} dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z$$

$$P_{\vec{p}} = \left(\frac{1}{2\pi m_0 KT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-(p_x^2+p_y^2+p_z^2)/2m_0KT} dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z$$

$$dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z \equiv d\Omega$$

$$P_{\vec{p}} = \left(\frac{1}{2\pi m_0 KT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-p^2/2m_0KT} dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z = w_{\vec{p}} d\Omega$$

ومنه فان كثافة الاحتمال لماكسويل لكي تمتلك جزيئة الغاز كمية حركة ما $\vec{p}$.

$$\boldsymbol{w_{\vec{p}} = \left(\frac{1}{2\pi m_0 KT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-p^2/2m_0KT}}$$