Série N° 1

EXERCICE 1:
On dispose de pièces de monnaie, pas franches mais identiques, pour lesquelles la probabilité de tomber du coté pile vaut p (et du coté face, $q = 1 - p$). On jette N pièces.
1. Donner la loi de probabilité $P_N(n)$ pour trouver n pièces du cote pile (vérifier que la somme des probabilités est égale a 1).
2. Calculer la valeur moyenne du nombre de pièces tombées cote pile et l'écart quadratique moyen de ce nombre.

EXERCICE 2:
Une particule sur un axe OX effectue un déplacement de longueur a. Deux déplacements successifs sont indépendants, et il n'y a pas de sens privilégié.
Quelle est la probabilité pour qu'après N tentatives la particule se soit déplacé de la distance $x = na$?

EXERCICE 3:
On considère un récipient de volume V contenant N particules statistiquement indépendantes et uniformément reparties, et on demande le nombre moyen de particules contenues dans un volume $\Delta\tau$.

EXERCICE 4:
Une variable aléatoire continue x est caractérisée par la densité de probabilité
$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b} e^{-\frac{(x-a)^2}{2b^2}} \quad ; \quad x \in]-\infty, +\infty[.$$
Vérifierque cette loi est bien normalisée. Calculer$< x > \;\; et \;\; D(x) =< (x-< x >)^2 >$

EXERCICE 5:
On mesure la taille en cm de 2500 hommes ; la distribution obtenue suit une loi normale de moyenne égale à 169 cm et d'écart-type égal a 5,6 cm.
1. Quel est le pourcentage d'hommes, dont la taille est inférieure à 155 cm ?
2. Quel est le pourcentage d'hommes, dont la taille est comprise entre 155 cm et 175 cm ?
3. Quel est l'intervalle, centré sur la valeur moyenne de la taille, qui contient 60 % de la population en question ?

EXERCICE 6:
Des études statistiques ont permis de modéliser une durée de vie, en mois par une variable aléatoire x suivant une loi de moyenne $< x > = 84$ et d'écart-type $\sqrt{D}$. De plus, on a $P(x \leq 64) = 0.16$.

1. Représenter graphiquement la fonction densité de probabilité de x
2. En exploitant le graphique, détermine $P(64 \leq x \leq 104)$.
3. Quelle valeur approchée entière de $\sqrt{D}$ peut-on proposer ?

EXERCICE 7:

A) on considère un champ carré de coté 4L, subdivisé en 4 parties comme il est indiqué sur la figure. Une pluie de météorites tombe uniformément sur le champ (équiprobable).

1. Calculer la probabilité pour qu'une météorite tombe dans chacune des 4 régions indiquées sur la figure.
2. Calculer l'entropie d'information du système.
3. Si le champ est subdivisé en 4 parties égales, quelle serait l'entropie d'information ? que conclure ?

B) on considère une cible constituée d'un ensemble de 4 cercles concentriques de rayon R, 2R, 3R, et 4R. On envoie des flèches sur cette cible et on suppose que tous les points d'impact sont équiprobables. On définit 4 domaines différents : le domaine 1 contient les points situés à une distance $0 \leq r \leq R$, le domaine 2 correspond aux points tels que $R \leq r \leq 2R$,le domaine 3 à $2R \leq r \leq 3R$, le domaine 4 à $3R \leq r \leq 4R$.

1. Quelle est la probabilité P_i pour qu'une flèche tombe dans le domaine i ?
2. Quelle est l'entropie d'information du système ?