

TP 3 : Résolution numérique des équations non-linéaires

I. Travail dirigé

On veut résoudre numériquement l'équation :

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{(1+x^2)} = 0 \quad (1)$$

- 1) Vérifier l'existence d'une solution dans les intervalles suivants : $[1.5, 2]$, $[5, 6]$.
- 2) Calculer une valeur approchée à une précision $\varepsilon = 10^{-1}$ de la solution existant dans l'intervalle $[1.5, 2]$ en utilisant la méthode de dichotomie.
- 3) Calculer le nombre des itérations nécessaires pour obtenir une solution à une précision $\varepsilon = 10^{-6}$ dans l'intervalle $[1.5, 2]$.
- 4) Calculer la racine existant dans l'intervalle $[1.5, 2]$ à une précision $\varepsilon = 10^{-2}$ par la méthode de Newton. On prend la valeur initiale approchée de la solution $x_0 = 1.3$.

II. Travail pratique

- 1) Quand on fait la programmation des méthodes numérique de dichotomie et de Newton ?
- 2) Ecrire un programme Matlab qui permet de tracer la courbe de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $[1, 6]$.
- 3) Matlab dispose d'une commande prédéfinie permettant le calcul du zéro (c) d'une fonction $f(x)$ existant dans un intervalle $[a, b]$. Sa syntaxe est : $c = \text{fzero}(f, [a, b])$.

En appliquant cette commande donner une valeur approchée de la racine existant dans $[1.5, 2]$.

4) Méthode de dichotomie

- a. A partir du graphe tracé de $f(x)$, déterminer des intervalles comportant les racines.
- b. Ecrire un algorithme de calcul par la méthode de dichotomie.
- c. Ecrire un programme Matlab qui permet de calculer une valeur approchée de la racine existant dans l'intervalle $[1.5, 2]$, à la précision $\varepsilon = 10^{-2}$, par la méthode de dichotomie.
- d. Exécuter ce programme pour les précisions $\varepsilon = 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-9}$ et donner le nombre des itérations effectuées pour chaque précision. Conclure.

5) Méthode de Newton

- a. A partir du graphe tracé de la fonction $f(x)$, choisir une valeur initiale x_0 proche de la première racine.
- b. Ecrire un algorithme de calcul pour la méthode de Newton.
- c. Ecrire un programme Matlab qui permet de calculer une valeur approchée de la première racine à la précision $\varepsilon = 10^{-3}$, par la méthode de Newton, en utilisant la valeur initiale x_0 déterminée en a.
- d. Exécuter ce programme pour la précision $\varepsilon = 10^{-8}$. Conclure.