

### III. la continuité:

1. Définition: Soit  $f: U \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction  
•  $f$  est continue en  $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ définie en } x_0 \\ \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \end{cases}$

•  $f$  est continue sur l'intervalle  $U$  si  $f$  est continue sur tout point de  $U$ .

•  $f$  est continue à droite (gauche) en  $x_0$   
si:  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$  ( $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ )

### 2 - théorème des valeurs intermédiaires:

Soit  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue

$f(a) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow \exists c \in ]a, b[$  tq  $f(c) = 0$

### 3 - prolongement par continuité:

$f: U \rightarrow \mathbb{R}$       $a$  et  $l \in \mathbb{R}$      ( $a \notin U$ )

Supposons que  $\lim_{x \rightarrow a} f = l$

donc la fonction  $g: U \cup \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$

définie par

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \forall x \in U \\ l & x = a \end{cases}$$

Constitue un prolongement par continuité de  $f$   
au point  $a$ .