

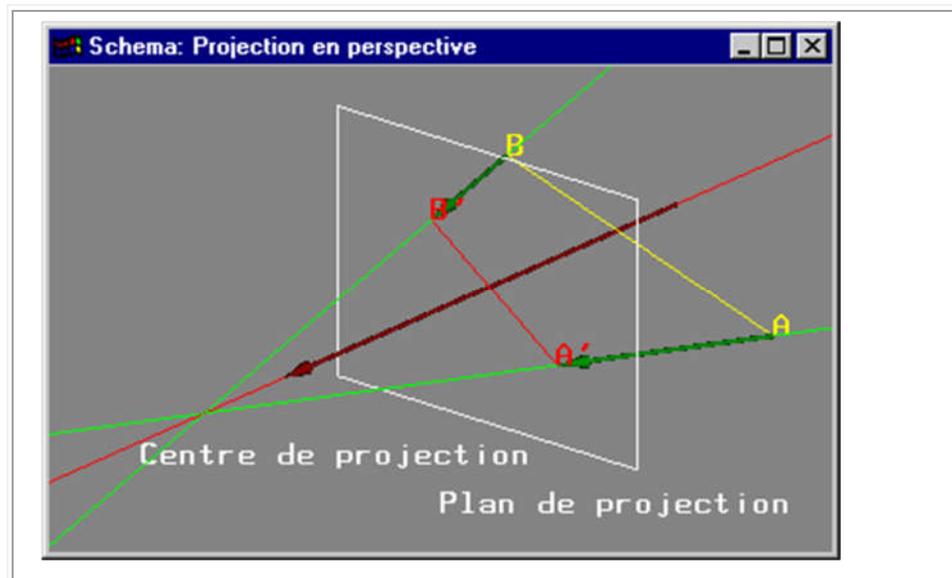
Ch3 : Le processus de visualisation

Introduction

Pour afficher un objet sur un écran graphique, on effectue un changement de repère de manière à transformer en "coordonnées écran" les coordonnées de l'objet connues dans le repère global (repère de modélisation).

On passe ainsi dans un premier temps de coordonnées globales de modélisation dans \mathbb{R}^3 à des coordonnées "observateur" dans \mathbb{R}^3 (repère lié à la caméra de visualisation). Dans un second temps, ces coordonnées observateur sont transformées par projection en coordonnées "écran" dans \mathbb{R}^3 pour l'affichage (repère lié à la fenêtre d'affichage). En coordonnées écran, si l'élimination des parties cachées n'est pas utilisée, une des trois coordonnées (généralement z) est ignorée. Dans le cas contraire, une des coordonnées (généralement z) fournit l'information de "profondeur écran" permettant de déterminer si un objet est "devant" un autre objet.

On effectue une "projection" car on réalise une transformation ayant pour but de projeter la silhouette d'un objet sur un écran virtuel placé entre l'objet et l'observateur (appelé aussi centre de projection).



Différents types de projections:

- les projections planaires (écran de projection plan),
- les projections non planaires (écran de projection non plan).

Types de projections

Hypothèses préliminaires

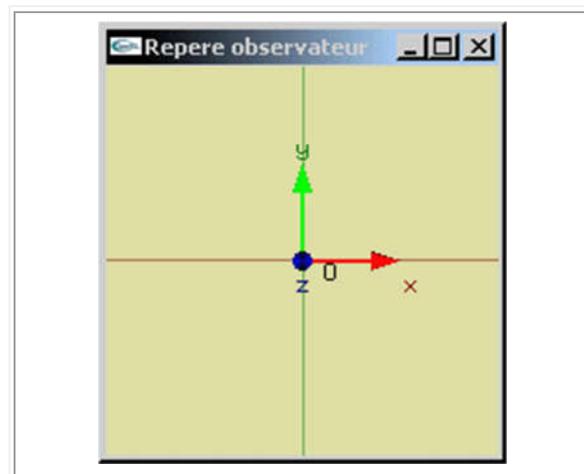
Le plan xz du repère global est le plan de l'horizontale (x vers la droite, z vers l'arrière).

L'axe y est la verticale (orientée vers le haut).

Problème : Visualiser une scène selon un point de vue particulier tel que par exemple défini par la position et l'orientation de l'observateur.

Deux changements de repère successifs :

- Un premier pour obtenir le point de vue souhaité dans un repère intermédiaire : le repère de l'observateur (il en est l'origine, l'axe $-Oz$ est son axe de vision). Ce repère intermédiaire reste orthonormé (comme le repère global).
- Un second pour permettre la réalisation de la projection d'affichage. Le repère peut alors ne plus être orthonormé. C'est par exemple à cette étape que l'on réalise une éventuelle projection en perspective.



Types de projections planaires

L'écran de projection est plan. On utilise généralement un des deux modes de projection :

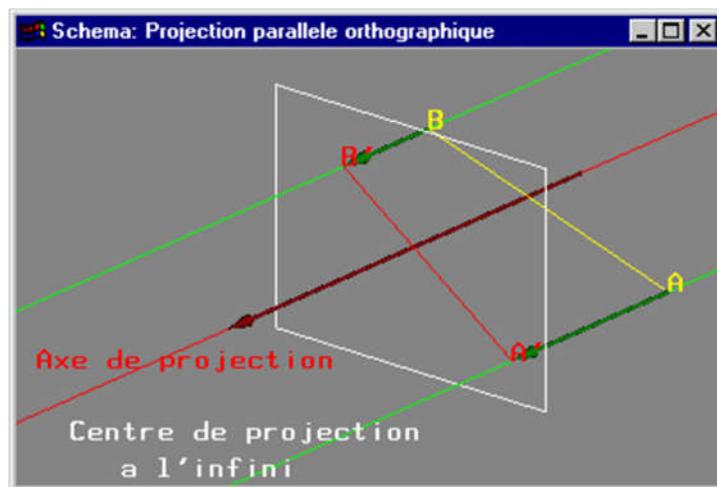
- parallèle,
- en perspective.

Les projections parallèles sont caractérisées par un centre de projection (position virtuelle de l'observateur) situé à l'infini. Ceci a pour conséquence :

- l'existence d'un axe unique de projection et le parallélisme de tous les vecteurs décrivant les projections des points du repère observateur,
- l'indépendance entre la taille d'un objet une fois projeté et sa position dans la scène (pas d'interprétation intuitive de la distance à l'observateur, comparaison triviale des tailles respectives des objets).

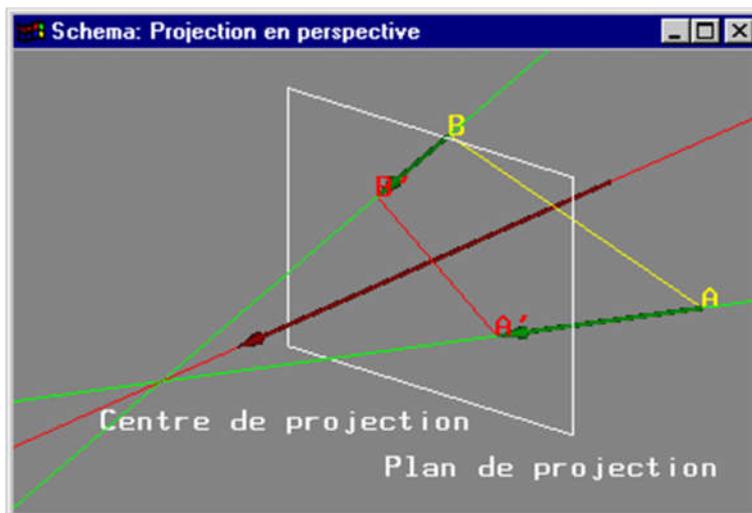
La projection parallèle la plus classique est la projection parallèle orthographique où l'axe de projection est orthogonal au plan de projection.

Projection parallèle orthographique (axe de projection orthogonal au plan de projection)



Dans le cas des projections en perspective le centre de projection (la position de l'observateur) n'est pas situé à l'infini. On n'a donc pas d'axe de projection unique.

Projection en perspective

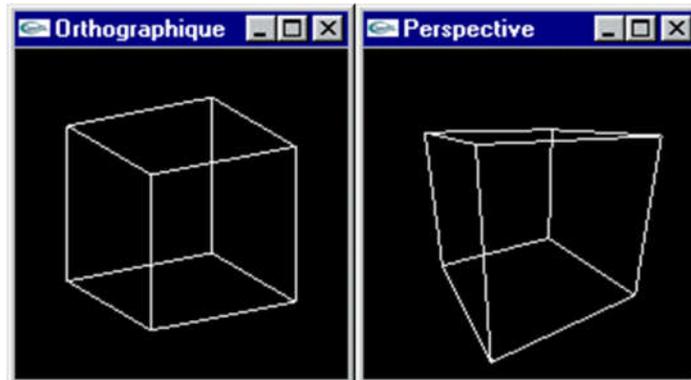


Propriétés particulières des projections

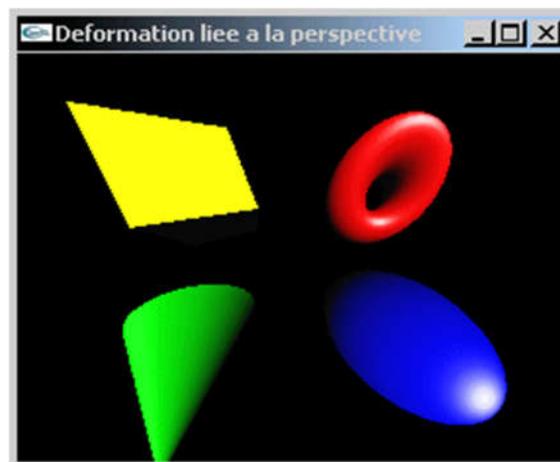
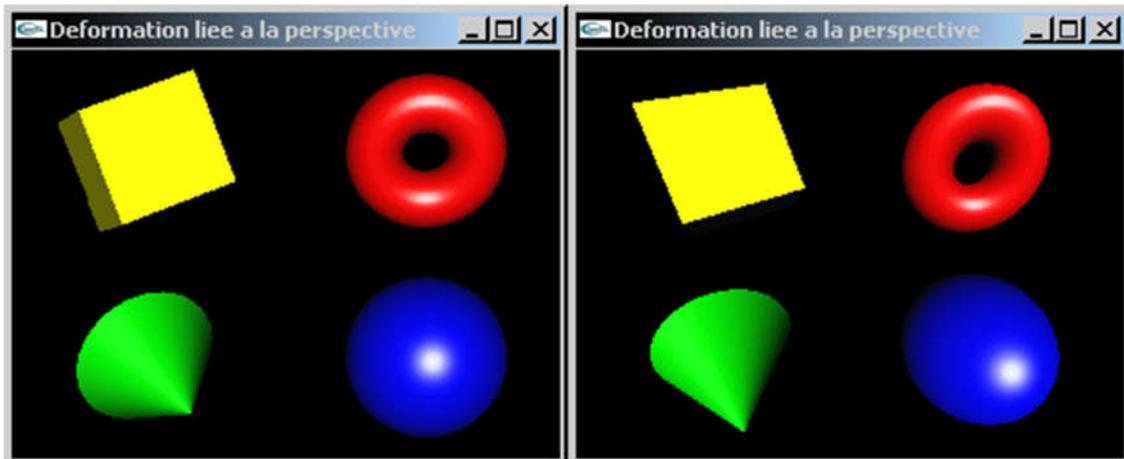
Non exhaustivement :

- Les projections parallèles conservent les parallélismes présents dans la scène affichée! En revanche, le dessin en perspective ne conserve pas systématiquement les parallélismes.
- Les représentations en perspective assurent qu'un objet deux fois "plus loin" qu'un autre de taille identique apparaît deux fois "plus petit" à l'écran. Les projections parallèles assurent qu'un objet conserve la même taille à l'écran quelle que soit sa position dans la scène.
- Les représentations en perspective ne conservent pas systématiquement la rectitude des lignes droites.
- Aucun de ces modes ne conserve les angles.
- Une représentation en perspective est beaucoup plus proche de la réalité perçue par l'œil qu'une représentation en projection parallèle (surtout pour les objets proches de l'observateur où les déformations sont très importantes).

Squelette d'un cube vu de face et de très près (en projection orthographique à gauche, en perspective à droite).



Projection orthographique en haut, projection en perspective sur les autres images avec rapprochement de l'observateur. Noter la déformation en direction des coins.



Opérations à réaliser pour une visualisation

Les opérations à mettre en œuvre pour visualiser un objet sont :

- Création d'une représentation de cet objet dans le repère global
-> Modélisation (en particulier modélisation géométrique) de la scène
- Application de la transformation géométrique permettant de transformer les coordonnées de l'objet du repère global vers le repère intermédiaire (repère de l'observateur)
-> Placement et orientation d'une caméra de visualisation
- Application de la transformation géométrique transformant les coordonnées de l'objet depuis le repère de l'observateur vers les coordonnées écran (\mathbb{R}^3)
-> Choix du type d'"optique" de la caméra de visualisation
- Affichage par suppression d'une des coordonnées 3D (usuellement z)
-> Projection

-> Cadrage écran

-> Elimination des parties cachées (dernière utilisation de z) ou non et algorithmes de rendu

Changement du repère global vers le repère de l'observateur

Une matrice de transformation en coordonnées homogènes nous permet de transformer des coordonnées globales en coordonnées dans le repère de l'observateur.

Les informations connues sur l'observateur (localisation et orientation) nous permettent de calculer cette matrice.

$$\begin{pmatrix} P_{ox} \\ P_{oy} \\ P_{oz} \\ 1 \end{pmatrix}$$

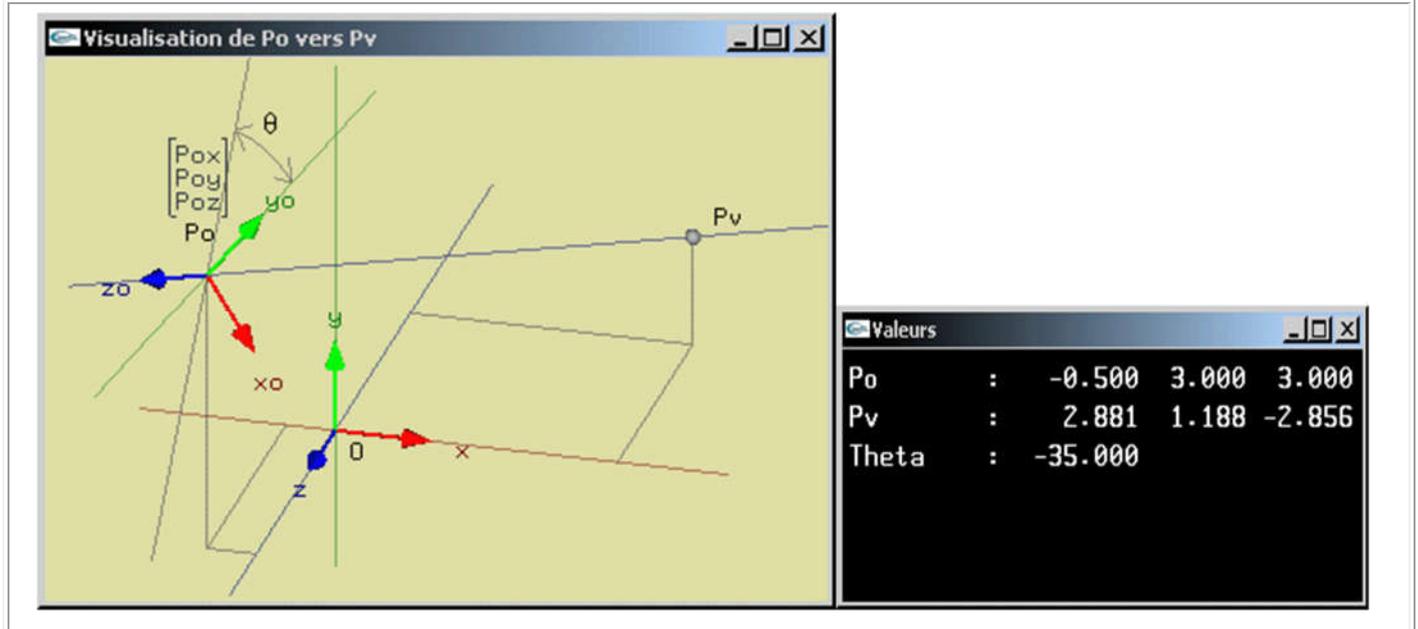
Soit la position $P_o =$ de l'observateur dans le repère global.

Les informations permettant de calculer l'orientation de l'observateur peuvent être de différents ordres:

$$\begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \\ 1 \end{pmatrix}$$

- la position $P_v =$ d'un point directement observé (la position d'un point qui devra se trouver sur le demi axe $-Oz$ après le changement de repère) et un angle de rotation θ autour de l'axe (P_o, P_v) (considéré par rapport à une position de référence, la verticale par exemple),

Changement de repère pour la visualisation

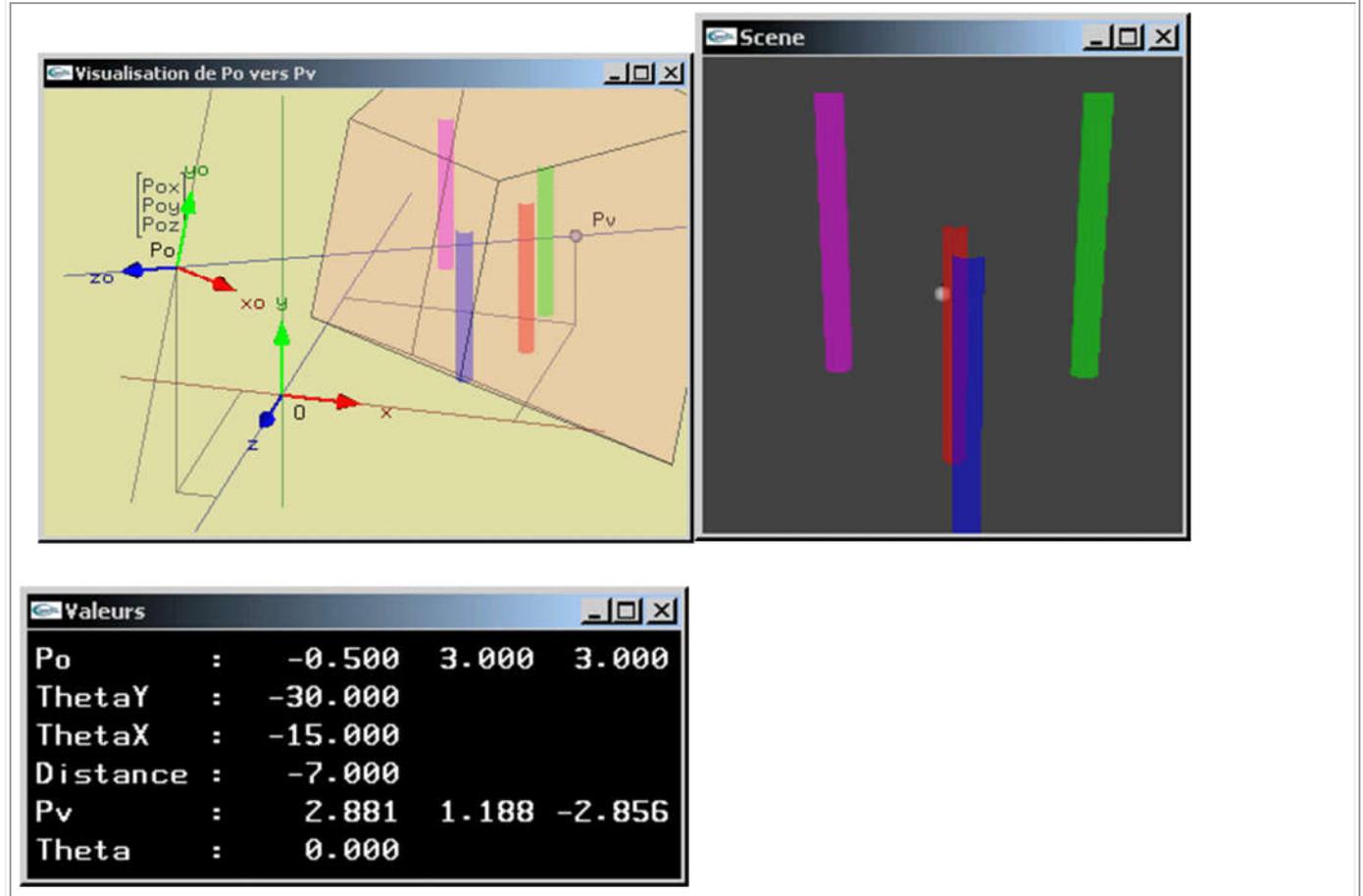


- 3 angles de rotation θ_1 , θ_2 et θ_3 ne portant pas successivement deux à deux sur le même axe (permettant donc de définir toute orientation dans l'espace),
- d'autres informations.

Pour une visualisation proche de celle réalisée par la posture humaine, on adopte fréquemment une transformation telle que les verticales soient conservées.

Un vecteur initialement vertical ($x = 0$, $z = 0$) sera vertical après transformation et projection sur l'écran ($x = 0$).

Changement de repère pour la visualisation avec conservation des verticales



Une première matrice de transformation

On connaît P_o et trois rotations d'angle θ_y autour de O_y , θ_x autour de O_x , θ_z autour de O_z intervenant dans cet ordre dans le repère global pour fixer l'orientation de l'observateur.

Le calcul de la matrice de transformation est trivial. Il s'agit du produit matriciel des 4 matrices T , R_y , R_x et R_z .

$$\begin{pmatrix} -P_{ox} \\ -P_{oy} \\ -P_{oz} \\ 1 \end{pmatrix}$$

T est la translation de $\begin{pmatrix} -P_{ox} \\ -P_{oy} \\ -P_{oz} \\ 1 \end{pmatrix}$ déplaçant P_o en l'origine.

$$M = R_z.R_x.R_y.T$$

$$= \begin{pmatrix} cz & -sz & 0 & 0 \\ sz & cz & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cx & -sx & 0 \\ 0 & sx & cx & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cy & 0 & sy & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sy & 0 & cy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{ox} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{oy} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{oz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Une deuxième matrice de transformation

On connaît P_o , P_v et on désire conserver verticales les verticales (axes orientés en y dans le repère global).

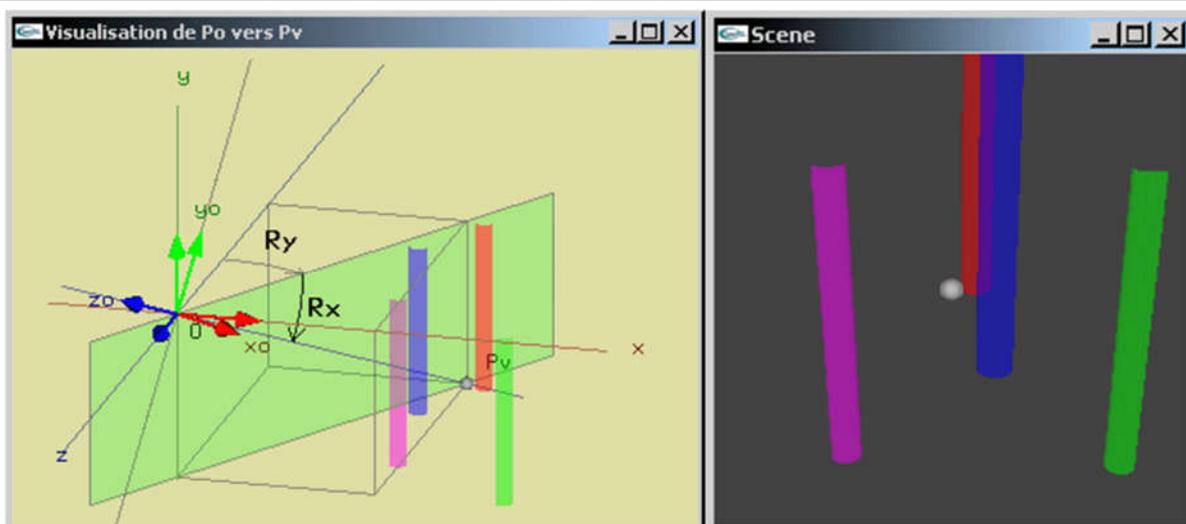
$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{ox} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{oy} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{oz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

P_o est ramené à l'origine par une translation $T =$

Problème : Trouver les rotations qu'il faut effectuer pour amener le point P_v sur le demi axe $-Oz$ tout en conservant "vertical" tout vecteur "vertical".

On effectue tout d'abord une rotation R_y d'angle θ_y par rapport à l'axe Oy , puis ensuite une rotation R_x d'angle θ_x par rapport à Ox .

Transformations géométriques pour la visualisation avec conservation des verticales



Valeurs			
Ry	:	-30.000	
Rx	:	-23.000	
Distance	:	-5.000	
Pv	:	2.301	-1.954 -3.986

$$\begin{aligned}
 R_x.R_y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_x & -s_x & 0 \\ 0 & s_x & c_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_y & 0 & s_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_y & 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_y & 0 & s_y & 0 \\ s_x s_y & c_x & -s_x c_y & 0 \\ -c_x s_y & s_x & c_x c_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Verticalités?

Le vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ y_{cx} \\ y_{sx} \\ 0 \end{pmatrix}$ est obtenu par produit du vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ($x=z=0 \rightarrow$ vecteur vertical) par la matrice $R_x.R_y$. La coordonnée x est égale à 0 quels que soient y, θ_x et θ_y
 \rightarrow Le vecteur est vertical dans le repère observateur.

On a donc $M = R_x.R_y.T =$

$$\begin{pmatrix} c_y & 0 & s_y & 0 \\ s_x s_y & c_x & -s_x c_y & 0 \\ -c_x s_y & s_x & c_x c_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -P_{ox} \\ 0 & 1 & 0 & -P_{oy} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{oz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} c_y & 0 & s_y & -P_{ox} c_y - P_{oz} s_y \\ s_x s_y & c_x & -s_x c_y & -P_{ox} s_x s_y - P_{oy} c_x + P_{oz} s_x c_y \\ -c_x s_y & s_x & c_x c_y & P_{ox} c_x s_y - P_{oy} s_x - P_{oz} c_x c_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Problème: Déterminer les valeurs de $\cos(\theta_y)$, $\sin(\theta_y)$, $\cos(\theta_x)$ et $\sin(\theta_x)$ pour connaître parfaitement M.

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \\ 0 \end{pmatrix} \text{ vecteur normé dirigé de } P_o \text{ vers } P_v.$$

$$\text{On établit } \vec{N} = \begin{pmatrix} cxsy \\ -sx \\ -cxcy \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$M = \begin{pmatrix} -aNz & 0 & aNx & a(P_{ox}Nz - P_{oz}Nx) \\ -aNxNy & \frac{1}{a} & -aNyNz & aNy(P_{ox}Nx + P_{oz}Nz) - \frac{P_{oy}}{a} \\ -Nx & -Ny & -Nz & P_{ox}Nx + P_{oy}Ny + P_{oz}Nz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{avec } a = \frac{1}{cx} = \frac{1}{\sqrt{1 - Ny^2}}$$

Il est à noter qu'au moyen de cette formulation, on définit la position de l'observateur et sa direction de visée par son vecteur "regard".

Représentation en projection parallèle orthographique

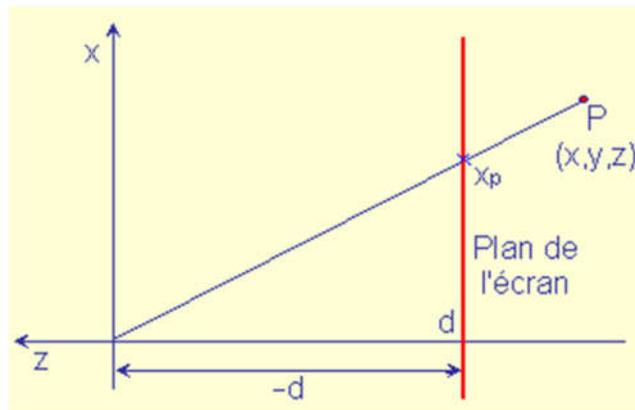
Les coordonnées projetées $\begin{pmatrix} x_{par} \\ y_{par} \\ z_{par} \\ 1 \end{pmatrix}$ d'un sommet $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ du repère global sont trouvées en le multipliant par la matrice précédente.

Pour réaliser l'affichage, on utilise directement les coordonnées x_{par} et y_{par} obtenues après mise à l'échelle. z_{par} fournit la profondeur écran si elle est nécessaire.

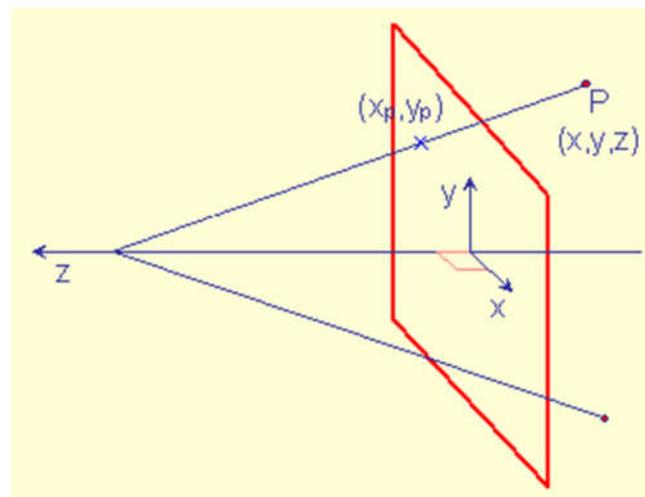
Représentation en perspective

Soit un plan de projection P_{proj} orthogonal à l'axe de visé $-Oz$.

Chaque point $P_p = (x_p, y_p)$ projection d'un sommet P sur P_{proj} sera l'intersection entre (P, O) et le plan P_{proj} .



Vue selon l'axe des y



Vue selon un point de vue arbitraire

Soit d la position en z du plan de projection ($d < 0.0$, $-d =$ distance en z entre O et P_{proj}),

$$\rightarrow x_p = \frac{xd}{z} \text{ et } y_p = \frac{yd}{z} .$$

On considère $w = \frac{z}{d}$,

$$\rightarrow x_p = \frac{x}{w} \text{ et } y_p = \frac{y}{w} .$$

w est calculé avec la matrice $M_{per} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{pmatrix}$ qui appliquée à $P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ permet de

trouver $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$.

Pour connaître la position de projection en perspective d'un point $P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ du repère global, on le multiplie par la matrice produit de M par M_{per} :

$$\begin{pmatrix} -aNz & 0 & aNx & a(P_{ox}Nz - P_{oz}Nx) \\ -aNxNy & \frac{1}{a} & -aNyNz & aNy(P_{ox}Nx + P_{oz}Nz) - \frac{P_{oy}}{a} \\ -Nx & -Ny & -Nz & P_{ox}Nx + P_{oy}Ny + P_{oz}Nz \\ -\frac{Nx}{d} & -\frac{Ny}{d} & -\frac{Nz}{d} & \frac{P_{ox}Nx + P_{oy}Ny + P_{oz}Nz}{d} \end{pmatrix}$$

pour obtenir le point de coordonnées $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w \end{pmatrix}$.

On divisera ensuite x' par w , y' par w et on utilisera ces valeurs comme x et y à l'écran. z' fournit directement la profondeur écran.