حل تمرين رقم 1:

عدد الطرق لمعرفة الثلاثة الاوائل:

المرتبة الاولي هناك 10 طرق

المرتبة الثانية هناك 9 طرق

المرتبة الثالثة هناك 8 طرق

اذا عدد الطرق لمعرفة الثلاثة الاوائل هي: $10x9x8=720$

وعدد الطرق لمعرفة خمسة الاوائل هو: $10x9x8x7x6=30240$

عدد الطرق لمعرفة تسلسل فوزهم هو: $10x9x8x7x6x5x4x3x2x1=10!=3628800$

حل تمرين رقم 2:

عدد التباديل هو: $4!=4x3x2x1=24$

$$\begin{array}{l}(a,b,c,d),(a,b,d,c),(a,c,d,b),(a,c,b,d),(a,d,b,c),(a,d,c,b)\\(b,a,c,d),(b,a,d,c),(b,c,a,d),(b,c,d,a),(b,d,a,c),(b,d,c,a)\\(c,a,b,d),(c,a,d,b),(c,b,a,d),(c,b,d,a),(c,d,a,b),(c,d,b,a)\\(d,a,b,c),(d,a,c,b),(d,c,a,b),(d,c,b,a),(d,b,a,c),(d,b,c,a)\end{array}$$

حل تمرين رقم 3:

تشكيل عدد مكون من ثلاثة الارقام دون ارجاع الكريات للكيس هي ترتيبة اي:

$$A_6^3=\frac{6!}{(6-3)!}=\frac{6!}{3!}=\frac{6x5x4x3!}{3!}=6x5x4=120$$

حل تمرين رقم 4:

عدد طرق الممكنة لتكوين لجنة متكونة من رئيسا ونائب رئيس و امين خزينة هي ترتيبة اي:

$$A_7^3=\frac{7!}{(7-3)!}=\frac{7x6x5x4!}{4!}=7x6x5=210$$

حل تمرين رقم 5:

تشكيل عدد مكون من اربعة ارقم بالارجاع هي قائمة اي: $n^p \Rightarrow 9^4 = 9x9x9x9 = 6561$

حل تمرين رقم 6:

عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E هي قائمة n^p اي: $5^2 = 25$

عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E دون تكرارها هي ترتيبة A_n^p اي:

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5x4x3!}{3!} = 5x4 = 20$$

عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E ويكون زوجي.

هناك ثلاث ارقام زوجية في المجموعة E تكون في الاحاد اي: $3x5 = 15$

عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E ويكون زوجي دون تكرار الارقام هو: $3x4 = 12$

حل تمرين رقم 7:

عدد اللجان المكونة من مهندس و عامل: هناك خيارين للمهندسين و اربعة خيارات للعمال اي: $2x4 = 8$

عدد اللجان المكونة من عضوين من نفس الصنف $1+6 = 7$

حل تمرين رقم 8:

عدد طرق الممكنة لتكوين لجنة متكونة من رئيسا ونائب رئيس و امين خزينة هي ترتيبة اي:

$$A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7x6x5x4!}{4!} = 7x6x5 = 210$$

حل تمرين رقم 9:

تبسيط العمليات:

$$\frac{18!}{19!}=\frac{18!}{19x18!}=\frac{1}{19}$$

$$\frac{14!}{11!}=\frac{14x13x12x11!}{11!}=14x13x12=2184$$

$$\frac{18!-15!}{15!}=\frac{18!}{15!}-\frac{15!}{15!}=\frac{18x17x16x15!}{15!}-1=18x17x16-1=4895$$

$$\frac{10x4!}{5!}=\frac{10x4x3x2}{5x4x3x2}=2$$

$$\frac{1}{5!}-\frac{42}{7!}=\frac{1}{5!}-\frac{42}{7x6x5!}=\frac{1}{5!}-\frac{42}{42x5!}=\frac{1}{5!}-\frac{1}{5!}=0$$

$$\frac{6!}{(4!)^2}=\frac{6!}{4!x4!}=\frac{6x5x4!}{4!x4!}=\frac{6x5}{4!}=\frac{6x5}{4x3x2}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}=\frac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(2n-1)!}=(2n+1)(2n)=2n^2+2n$$

$$\frac{(n-1)!}{n!}-\frac{n!}{(n+1)!}=\frac{(n-1)!}{n(n-1)!}-\frac{n!}{(n+1)n!}=\frac{1}{n}-\frac{1}{(n+1)}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$$

حل تمرين رقم 10:

عدد الحالات الممكنة لتشكيل هذه اللجنة:

$$C_{20}^{4}=\frac{20!}{4!(20-4)!}=\frac{20x19x18x17x16!}{4!16!}=\frac{20x19x18x17}{4x3x2x1}=4845$$

طالبة فقط في اللجنة:

$$C_8^1.C_{12}^3=8.\frac{12!}{3!(12-3)!}=8.\frac{12x11x10x9!}{3!9!}=8.\frac{12x11x10}{3x2x1}=1760$$

لجنة متساوية الاعضاء:

$$C_8^2.C_{12}^2=\frac{8x7}{2x1}.\frac{12x11}{2x1}=28x66=1848$$

لجنة من نفس الجنس:

$$C_8^4+C_{12}^4=\frac{8x7x6x5}{4x3x2x1}+\frac{12x11x10x9}{4x3x2x1}=70+495=565$$

طالبان علي الاقل في اللجنة:

$$C_{12}^2.C_8^2+C_{12}^3.C_8^1+C_{12}^4.C_8^0=\frac{12x11}{2x1}.\frac{8x7}{2x1}+\frac{12x11x10}{3x2x1}.8+\frac{12x11x10x9}{4x3x2x1}=66x28+220x8+495=4103$$

طالبة علي الاكثر في اللجنة:

$$C_8^1.C_{12}^3+C_8^0.C_{12}^4=8.\frac{12x11x10}{3x2x1}+495=2255$$

حل تمرين رقم 11:

عدد الحالات الممكنة لسحب بطاقتين حمروين:

$$C_8^2.C_{24}^3=\frac{8!}{2!(8-2)!}.\frac{24!}{3!(24-3)!}=\frac{8x7}{2x1}.\frac{24x23x22x21!}{3x2x1x21!}=56672$$

عدد الحالات الممكنة لسحب بطاقة واحدة علي الاقل تحمل رقم 1:

$$C_4^1.C_{28}^4+C_4^2.C_{28}^3+C_4^3.C_{28}^2+C_4^4.C_{28}^0=4.\frac{28!}{4!(28-4)!}+6.\frac{28!}{3!(28-3)!}+4.\frac{28!}{2!(28-2)!}+1$$

$$=4.\frac{28x27x26x25x24!}{4x3x2x24!}+6.\frac{28x27x26x25!}{3x2x25!}+4.\frac{28x27x26!}{2x26!}+1=81900+19656+1513=103069$$

عدد الحالات الممكنة لسحب بطاقة واحدة سوداء علي الاكثر:

$$C_8^1.C_{24}^4+C_8^0.C_{24}^5=8.\frac{24!}{4!(24-4)!}=8.\frac{24x23x22x21x20!}{4x3x2x1x20!}=8.\frac{24x23x22x21}{4x3x2}=85008$$

عدم ظهور اللون الاخضر في السحب:

$$C_8^0.C_{24}^5=1.\frac{24!}{5!(24-5)!}=\frac{24x23x22x21x20x19!}{5x4x3x2x1x19!}=\frac{24x23x22x21x20}{5x4x3x2}=42504$$

حل تمرين رقم 12:

$$C_8^2+C_7^2-C_{10}^4=\frac{8!}{2!(8-2)!}+\frac{7!}{2!(7-2)!}-\frac{10!}{4!(10-4)!}=\frac{8x7}{2x1}+\frac{7x6}{2x1}-\frac{10x9x8x7x6!}{4x3x2x1x6!}$$

$$=28+21-\frac{10x9x8x7}{4x3x2}=49-210=-161$$

$$\frac{2C_5^3}{3C_6^3}=\frac{2\frac{5x4x3}{3x2}}{3\frac{6x5x4}{3x2}}=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$$

$$C_n^2+C_n^3=\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{3x2}=\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=\frac{3n(n-1)+n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$=\frac{n(n-1)(n+1)}{6}=\frac{n(n^2-1)}{6}$$

$$C_n^{n-1}xC_{n+1}^n-n^2=nxn-n^2=n^2-n^2=0$$

حل تمرين 13:

لدينا المنشور: $l=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3$

الحد الخالي من المتغيرx :

$$v_{p+1}=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3\Rightarrow a=\frac{2}{x^3},b=5x^3,n=3,p؟$$

نضع $v_{p+1}=C_n^p\left(\frac{2}{x^3}\right)^{n-p}\left(5x^3\right)^p$

$$v_{p+1}=C_3^p\left(\frac{2}{x^3}\right)^{3-p}\left(5x^3\right)^p=5^p.2^{3-p}.C_3^p.x^{-9+3p+3p}=5^p.2^{3-p}.C_3^p.x^{-9+6p}$$

يكون حدا خاليا من المتغيرةx : اذا كان اس المتغيرة معدوما اي: $6p-9=0\Rightarrow 6p=9\Rightarrow p=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}\notin \mathbb{N}$

و منه لا يوجد حدا خاليا من المتغيرة x

معامل الحد الثالث:

لدينا: $$v_{p+1}=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3 \Rightarrow a=\frac{2}{x^3}, b=5x^3, n=3, p+1=3 \Rightarrow p=2$$

$$v_{p+1}=C_3^2\left(\frac{2}{x^3}\right)^{3-2}\left(5x^3\right)^2=2C_3^2\frac{1}{x^3}25x^6=150x^3$$

معامل الحد الثالث هو: 150

اس المتغيرة x للحد الرابع:

$$v_{p+1}=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3 \Rightarrow a=\frac{2}{x^3}, b=5x^3, n=3, p+1=4 \Rightarrow p=3$$

$$v_{p+1}=C_3^3\left(\frac{2}{x^3}\right)^0\left(5x^3\right)^3=125x^9=125x^9$$

اس المتغيرة x للحد الرابع هي:9.

حل تمرين 14:

لدينا المنشور: $$l=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4$$

الحد الخالي من المتغير x :

$$v_{p+1}=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4 \Rightarrow a=\frac{1}{x^2}, b=4x^3, n=4, p?$$

نضع $$v_{p+1}=C_4^p\left(\frac{1}{x^2}\right)^{4-p}\left(4x^3\right)^p$$

$$v_{p+1}=C_4^p\left(\frac{1}{x^2}\right)^{4-p}\left(4x^3\right)^p=4^p.C_4^p.x^{-8+2p+3p}=4^p.C_4^p.x^{-8+5p}$$

يكون حدا خاليا من المتغيرة x : اذا كان اس المتغيرة معدوما اي: $$6p-8=0 \Rightarrow 6p=8 \Rightarrow p=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}\notin \mathbb{N}$$

و منه لا يوجد حدا خاليا من المتغيرة x

معامل الحد الثالث:

لدينا: $$v_{p+1}=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4 \Rightarrow a=\frac{1}{x^2}, b=4x^3, n=4, p+1=3 \Rightarrow p=2$$

$$v_{p+1}=C_4^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^2\left(4x^3\right)^2=16C_4^2\frac{1}{x^4}x^6=96x^2$$

معامل الحد الثالث هو: 96

اس المتغيرة x للحد الرابع:

$$v_{p+1}=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4 \Rightarrow a=\frac{1}{x^2}, b=4x^3, n=4, p+1=4 \Rightarrow p=3$$

$$v_{p+1}=C_4^3\left(\frac{1}{x^2}\right)\left(4x^3\right)^3=256x^7$$

اس المتغيرة x للحد الرابع هي:7.